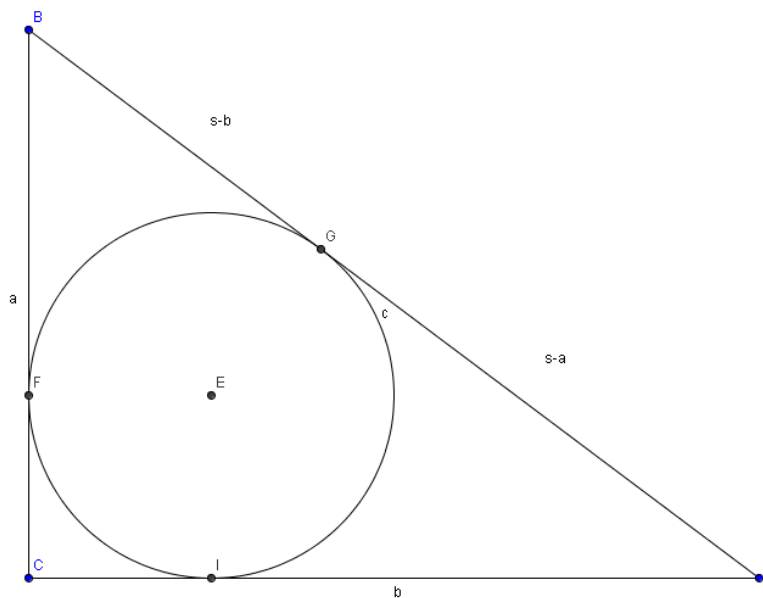


### ADh1-2m 0001

1. Bizonyítsuk be, hogy a derékszögű háromszög területének mérőszáma megegyezik azon két szakasz hosszának szorzatával, amelyre a háromszögbe írható kör érintési pontja bontja az átfogót!

Mo:

$$(s-a)(s-b) = \frac{(a-b+c)(-a+b+c)}{4} = \frac{[c+(a-b)][c-(a-b)]}{4} = \frac{c^2 - (a-b)^2}{4} = \frac{a^2 + b^2 - (a-b)^2}{4} =$$
$$= \frac{2ab}{4} = \frac{ab}{2} = T$$



2. Oldjuk meg a valós számok halmazán a  $2\sqrt{|2x-5|} - \sqrt[4]{(2x-5)(x-2)} - \sqrt{|x-2|} \leq 0$  egyenlőtlenséget!

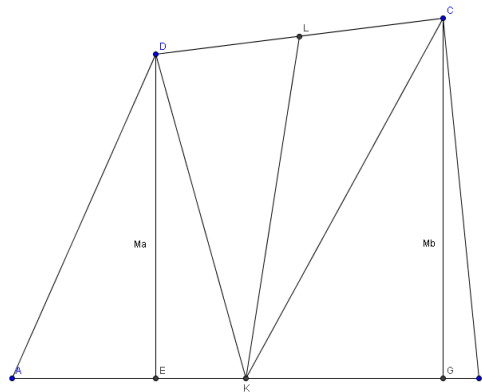
Mo: A négyzetgyök miatt  $(2x-5)(x-2) \geq 0$ , azaz  $x \leq 2$  vagy  $x \geq \frac{5}{2}$ . Legyen

$a := \sqrt[4]{|2x-5|}$  és  $b := \sqrt[4]{|x-2|}$ , ekkor  $2a^2 - ab - b^2 \leq 0$ , amiből  $(a-b)(2a+b) \leq 0$ . Mivel  $2a+b$  nemnegatív, ezért vagy  $2a+b=0$ , amiből  $x=2$  és  $2,5$  lenne, ami nem lehet; vagy  $a-b \leq 0$ , amiből  $|2x-5| \leq |x-2|$ , ezt megoldva  $\frac{7}{3} \leq x \leq 3$ , a kikötéssel összevetve

$$\frac{5}{2} \leq x \leq 3.$$

3. Egy konvex négyszög egyik középvonala felezi a területét. Bizonyítsuk be, hogy a négyszög trapéz!

Mo: Felezi. Ekkor  $DKL \Delta$  területe egyenlő  $KCL \Delta$  területével, így  $AKD \Delta$  területe egyenlő  $KBC \Delta$  területével, ebből  $M_a = M_b$  adódik, így  $AB$  párhuzamos  $DC$ -vel, így a négyszög trapéz.



4. Bizonyítsa be, hogy nem létezik olyan konvex nyolcszög, amelynek szögei egyenlők, oldalai pedig valamilyen sorrendben 1,2,3,4,5,6,7 és 8 egység hosszúak!

Mo: Indirekt módon. Írjuk fel a vízszintes és függőleges elmozdulásokat!

$$\text{Vízszintes: } a + \frac{b}{\sqrt{2}} + 0 - \frac{d}{\sqrt{2}} - e - \frac{f}{\sqrt{2}} + 0 + \frac{h}{\sqrt{2}} = 0;$$

$$\text{Függőleges: } 0 + \frac{b}{\sqrt{2}} + c + \frac{d}{\sqrt{2}} + 0 - \frac{f}{\sqrt{2}} - g - \frac{h}{\sqrt{2}} = 0. \text{ Összeadva:}$$

$a + c - e - g + \sqrt{2}(b - f) = 0$ , mivel  $b \neq f$ , ezért  $\sqrt{2} = \frac{a + c - e - g}{f - b}$  lenne, de a jobb oldalon racionális, a baloldalon irracionális szám lenne, ami ellentmondás.

