

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2000/2001 10. évfolyam 1. kategória 3. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Az x, y, z egész számokra teljesül, hogy

$$(x-y)(y-z)(z-x) = x+y+z.$$

Bizonyítsuk be, hogy ekkor az $x+y+z$ összeg osztható 54-gyel!

2. feladat

Az ABC hegyesszögű háromszög AB oldalának tetszőleges belső pontja az X pont. Az AXC és CXB háromszögek beírt körének az AB egyenestől különböző közös külső érintője a CX szakaszt az Y pontban metszi.

Bizonyítsuk be, hogy a CY szakasz hossza független az X pont megválasztásától!

3. feladat

Bizonyítsuk be, hogy bármely 1-nél nagyobb négyzetszám 2-es számrendszerben felírt alakja legalább 2 darab 0 számjegyet tartalmaz!