

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2003/2004 10. évfolyam 1. kategória 1. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgálató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Az első n pozitív egész szám összege egy olyan háromjegyű szám, amelynek minden jegye egyenlő. Mekkora n értéke?

2. feladat

Mekkora az oldalak aránya abban az egyenlő szárú háromszögben, amelyben az alap egyik csúcsán átmenő egyenes felezi a háromszög területét és a háromszög alaphoz tartozó magasságát is?

3. feladat

Hány darab pozitív egészeből álló $(k;n)$ számpárra igazak a

$$\sqrt{n+k} + \sqrt{n-k} > k \quad \text{és} \quad k^2 + n^2 < 100$$

egyenlőtlenségek?

4. feladat

Az $x^2+x+p=0$ egyenlet két különböző valós gyöke x_1 és x_2 , ahol p pozitív valós paraméter.

Bizonyítsuk be, hogy $\frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 + x_2}$ nagyobb (-2) -nél, de kisebb (-1) -nél.

5. feladat

Egy osztályba 20 diák jár. Tudjuk, hogy bármely két diáknak van közös nagyapja. (Minden diáknak két nagyapja van.) Bizonyítsuk be, hogy van köztük 14 olyan tanuló, akiknek közös nagyapja van!