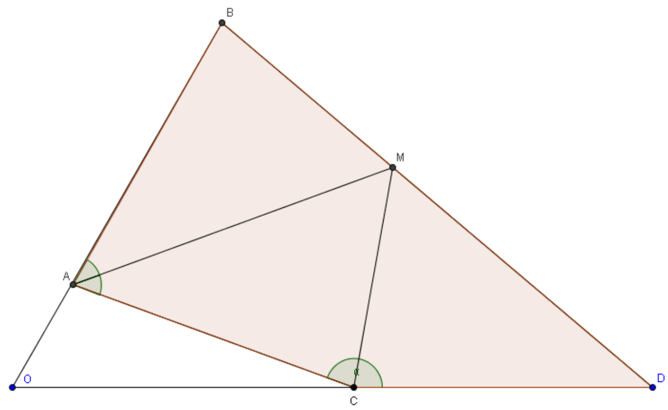
1. Mennyi a $\sqrt{(x-3)^2+(y+1)^2}+\sqrt{(x-7)^2+(y+3)^2}$ kifejezés legkisebb értéke, ha x és y valós számok és $x+2y-1=0$?

Mo: $x-3=-2(y+1)$ és $x-7=-2(y+3)$ a feltétel szerint. Így a kifejezés $\sqrt{5}(|y+1|+|y+3|)$ minimuma ábrázolás vagy abszolútérték-jelek felbontása után $2\sqrt{5}$.

2. Egy négyszög három szomszédos oldala egységnyi hosszúságú és az általuk bezárt szögek $80°$ és $160°$. Mekkora a négyszög másik két szöge?

Mo: A-nál $80°$, C-nél $160°$ van, BA=AC=CD=1. Az ACD és BAC egyenlőszárú háromszögek szimmetriatengelyeinek M metszéspontjánál AM=MD és CM=MB, így ACM, AMB, MCD háromszögek egybevágóak, így M-nél lévő szögük egyenlő, ami $60°$,ezért M a BD oldal pontja, így a hiányzó két szög a B-nél $80°$, D-nél $40°$.



3. Legyenek p,q és r 3-nál nagyobb prímszámok. Bizonyítsa be, hogy a $qr(r-q)+pq(q-p)+rp(p-r)$ kifejezés osztható 48-cal!

Mo: A kifejezés átalakítható $(p-q)(q-r)(r-p)$ alakba; $48=3\cdot 4^2$. Mivel egy 3-nál nagyobb prím sem osztható 3-mal, így $p,\ q,\ r$ közül kettő 3-mas maradéka megegyezik. Mindhárom prím páratlan, így 4-es maradékuk 1, -1 lehet. Ha mindhárman azonos maradékúak, akkor mindhárom tényező osztható 4-gyel; ha csak két azonos maradékú van pl. p,q, akkor p-q osztható 4-gyel, a másik két tényező csak 2-vel.