

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2005/2006 10. évfolyam 1. kategória 1. forduló

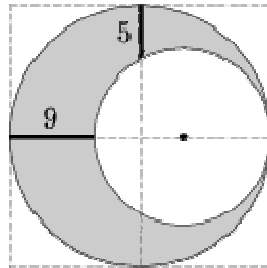
A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Hány olyan egész számból álló $(x;y)$ számpár van, amelyre $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2005}$ teljesül?

2. feladat

A szultán kastélya egy négyzet alakú területen épült, és félhold alakú tó veszi körül, az *ábrán* látható módon.



A tavon két híd vezet át, melyek egyenese átmegy a négyzet középpontján. A hidak hossza 5 és 9 méter.

Mekkora a négyzet alakú terület?

3. feladat

Ha $x < -1$, akkor mi az

$$\left| x^{-1} - \frac{\left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}\right)^2}{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}} - \left(\frac{1}{1-x}\right)^{-1} \right|$$

kifejezés legkisebb értéke?

4. feladat

Az ABC háromszögben AA_1, BB_1, CC_1 magasságok, AA_2, BB_2, CC_2 súlyvonalak. Bizonyítsuk be, hogy az $A_2B_1C_2A_1B_2C_1A_2$ töröttvonal hossza az ABC háromszög kerületével egyenlő!

5. feladat

Határozza meg azokat az egész számból álló $(x;y)$ számpárokat, amelyek kielégítik a következő egyenletet:

$$(x+2)^4 - x^4 = y^3.$$