

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2005/2006 10. évfolyam 1. kategória 3. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\begin{array}{ll} \text{I.} & (x + y)^3 = z, \\ \text{II.} & (y + z)^3 = x, \\ \text{III.} & (z + x)^3 = y. \end{array}$$

2. feladat

Az AB szakasz egy belső pontja C , amire $AC > CB$. Az AB és BC szakaszok, mint átmérő fölé (AB azonos oldalán) félköröket rajzolunk, legyenek ezek rendre k_1 és k_2 . Az AB -re C -ben állított merőleges m . A k kör érinti az m egyenest, a k_2 félkört kívülről, a k_1 félkört pedig belülről. Legyen k középpontja O , és jelölje k és k_2 érintési pontját E . Végül az OE egyenes és m metszéspontja M .

Mutassuk meg, hogy $AC = EM$!

3. feladat

Nevezzünk egy halmazt *csenkának*, ha nincs két - nem feltétlenül különböző - elem a halmazban, aminek az összege is eleme a halmaznak. Mekkora az $\{1, 2, 3, \dots, 2n+1\}$ halmaz maximális elemszámú *csenka* részhalmaza?