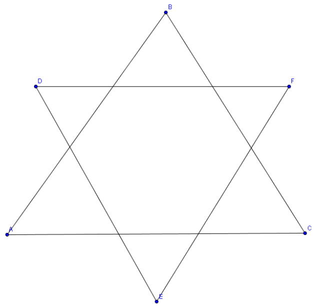
1. Le lehet-e ültetni egy kerek asztal köré hat olyan embert, akik közül mindenkinek pontosan két haragosa van (a harag kölcsönös) úgy, hogy senki ne üljön haragosa mellett?

Mo. 1.eset: van benne Δ



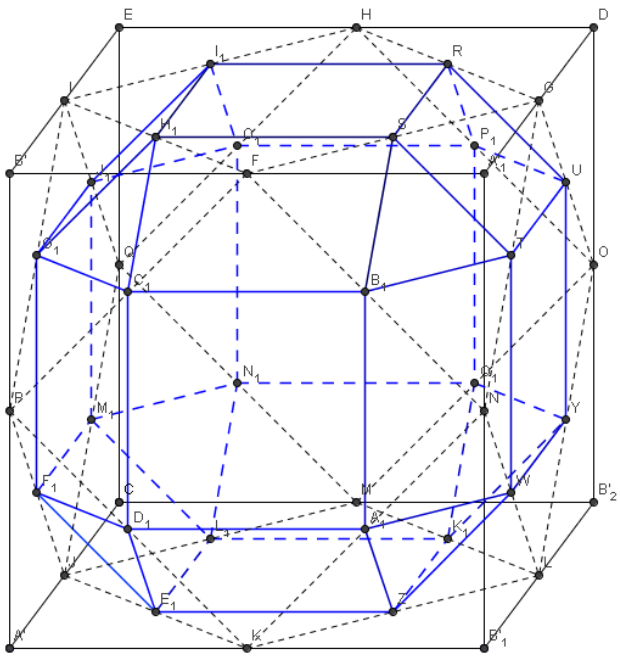
2. eset: nincs benne Δ: Legyen A haragosa B és C. B és C-nek nem lehet közös haragosa A-n kívül, mert akkor E és F-nek nincs két haragosa. Legyen B haragosa D, C haragosa E; így F haragosa csak D és E lehet. Az ültetés így A,E,B,F,C,D egyik irányban.

2. Egy 4dm élű kocka mindegyik csúcsát levágtuk olyan síkkal, amely a csúcsból induló élek felezőpontjaira illeszkedik. Az így kapott testtel ugyanígy jártunk el. Mennyi a most keletkezett test felszíne?

M

o: A kocka 6 lapján $\frac{4}{2}$ oldalú négyzetek, a 12 élénél $\frac{4}{2}\cdot\frac{4\sqrt{2}}{4}$ területű téglalapok, a 8 csúcsánál $\frac{4\sqrt{2}}{4}$ oldalú szabályos háromszögek lesznek. Így a keresett felszín:

$$A = 6\frac{4^2}{4} + 12\frac{4^2\sqrt{2}}{8} + 8\frac{\sqrt{3}}{4}\frac{4^2 2}{16}dm^2.$$



3. Tekintsük azokat a 9-jegyű számokat, amelyek az 1,2,…,9 számjegyekből képezhetők úgy hogy minden számjegy pontosan egyszer szerepel. Rendezzük ezeket növekvő sorba, majd vegyük a szomszédos számok különbségét! Melyek azok a számok, amelyek a kapott számok között páratlan sokszor szerepelnek?

Mo: A sorba rendezett 9! szám elejéről és végéről rendre összepárosított számok olyanok, hogy bármely helyi értéken álló számjegyek összege a két számban mindig 10; így a párokban a tagok összege azonos.(pl. legyen „a”. Így x párja a-x.)
$x_1 < x_2$ esetén $x_2 - x_1 = (a - x_1) - (a - x_2)$, így a különbségek is szimmetrikusan fordulnak elő, tehát a középen álló különbség fordul elő páratlan sokszor. (9! páros, tehát páratlan sok különbség van.) A középső két szám a 549876321 és a 561234789, tehát a különbség 11358468 a keresett szám.