

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2010/2011-es tanév
2. (döntő) forduló
kezdők III. kategória

Feladatok

1. Az x , y és z valós számokra teljesülnek a következő egyenlőségek:

$$\begin{aligned}x + y + z &= 1, \\x^3 + y^3 + z^3 &= 91, \\x^5 + y^5 + z^5 &= 4651.\end{aligned}$$

Mekkora lehet x , y és z ?

2. Tekintse a legkisebb 20 db pozitív egész számot és sorolja őket tetszőlegesen két 10-elemű csoportba! Képezze az összes olyan 2-tényezős szorzatot, melyek tényezői különböző csoportból valók! Bizonyítsa be, hogy mindig lesz két olyan szorzat, melyek között pontosan 2 a különbség!

3. Az ABC egységoldalú szabályos háromszög B , illetve C csúcsához tartozó magasságvonalak m_b , illetve m_c . Legyen e egy olyan egyenes, mely az A csúcson áthalad, metszi a BC oldalszakaszt és az AC oldallal 10° -os szöget zár be, továbbá legyen e és m_b metszéspontja X , e és m_c metszéspontja Y ! Jelölje az AX szakasz hosszát x , míg a CY szakaszét y ! Számítsa ki a $2y(1 + x^2) + x(2 + y^2)$ pontos értékét!

Az eredményhirdetést 2011. május 13-án (pénteken) 14.00 órai kezdettel tartjuk az MTA Rényi Alfréd MKI Nagytermében (Budapest, V. ker., Reáltanoda u. 13–15.).