

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2011/2012-es tanév
3. (döntő) forduló
haladók I. kategória

Feladatok

1. Bizonyítsa be, hogy ha az $ABCD$ paralelogramma hosszabbik átlója AC , C merőleges vetülete AB -n E , AD -n F , akkor

$$AB \cdot AE + AD \cdot AF = AC^2.$$

Igaz-e az állítás az $AC < BD$ esetben?

2. Eszter naponta legalább egyszer bejelentkezik a Facebook-ra; de hogy ne vigye túlzásba, egy héten 12-nél többször sosem jelentkezik be. Mutassuk meg, hogy ki lehet választani néhány olyan egymás után következő napot, amelyek során összesen pontosan 20-szor jelentkezik be.

3. Két pozitív szám szorzata megegyezik az összegükkel. Mindkét szám olyan véges tizedestört, amely a tizedesvessző után két számjegyet tartalmaz úgy, hogy az utolsó számjegy 0-tól különböző. Melyik ez a két szám?