

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2014/2015-ös tanév
3. (döntő) forduló
Kezdők II. kategória

Feladatok

1. Oldjuk meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletrendszert:

(1) $x^3 - 9(y^2 - 3y + 3) = 0,$

(2) $y^3 - 9(z^2 - 3z + 3) = 0,$

(3) $z^3 - 9(x^2 - 3x + 3) = 0.$

2. Az ABC háromszög AD , BE és CF súlyvonalai az S pontban metszik egymást. Bizonyítsuk be, hogy ha az AES , BDS és CDS háromszögek beírt köreinek sugara azonos nagyságú, akkor az ABC háromszög szabályos!

3. Legfeljebb hány számot lehet kiválasztani az $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ halmazból úgy, hogy semelyik két különbözőnek a szorzata ne legyen négyzetszám?