

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2015/2016-os tanév
2. forduló
Haladók I. kategória

Feladatok

1. 2016-tól kezdve csökkenő sorrendben leírtuk egymás után a pozitív egész számokat, így megkaptuk a 201620152014...10987654321 számot.

- a) Hány jegyű ez a szám?
- b) Bizonyítsuk be, hogy a szám osztható 3-mal!

2. Milyen a és b valós értékekre lesz a $\sqrt{x + a\sqrt{x + b}} + \sqrt{x} = 2016$ egyenletnek végtelen sok megoldása a valós számok halmazán?

3. A 100-nál kisebb prímszámok közül válasszunk ki ötöt úgy, hogy ezek számjegyei között az 1-től 9-ig terjedő számjegyek mindegyike pontosan egyszer forduljon elő. Hányféleképpen lehetséges ez?

4. Az $ABCD$ egységnyi oldalú négyzetben a BC és CD oldalak egy-egy belső pontja P , illetve Q . Az $APCQ$ négyszögbe olyan kör írható, amelynek K középpontjára $KA : KC = 5$ teljesül. Mekkora az $APCQ$ négyszög területe?
(*In memoriam Bartha Gábor*)