Bolyai János
Matematikai Társulat

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2015/2016-os tanév

2. (döntő) forduló

kezdők III. kategória

1. Oldjuk meg a $p^{\alpha} = 2^{\beta} + 1$ egyenletet, ahol α, β 1-nél nagyobb egész számok, p^{α} pedig egy prímhatvány!

2. Az *ABC* egységoldalú szabályos háromszög, melynek *BC* oldalára kifelé olyan *BDC* egyenlőszárú háromszöget szerkesztünk, amelyben $DB = DC$ és $BDC\sphericalangle = 120°$. Az *AB* és *AC* oldalakon olyan *M* és *N* pontokat jelölünk ki, melyekre $MDN\sphericalangle = 60°$. Határozzuk meg az *AMN* háromszög kerületét.

3. Egy 2015×2016-os sakktábla minden négyzetében egy-egy nem negatív egész szám áll (az *i*-edik sor *j*-edik mezőjében lévő számot $a_{i,j}$ jelöli). Ezután minden lépésben kiválasztunk egy 2×2-es négyzetet, és az ebben szereplő négy számhoz hozzáadunk egy tetszőlegesen megválasztott (a négy mező esetében azonos) *k* egész számot úgy, hogy a kapott számok ne legyenek negatívak. Adjunk meg egy olyan egyenletet az $a_{i,j}$ ($1 \le i \le 2015$, $1 \le j \le 2016$) számokra, mint változókra, ami pontosan akkor teljesül, ha véges sok lépéssel elérhető, hogy a táblán szereplő összes szám nullává váljon.