

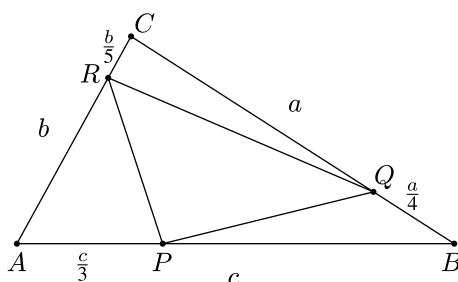
Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2016/2017-es tanév
2. forduló
Haladók I. kategória

Feladatok

1. Melyek azok az $(a; b)$ egész számpárok, amelyekre teljesül az alábbi egyenlőtlenség:

$$a^2 + 7b^2 \leq 4ab + 6b?$$

2. Adott az ABC háromszög. Legyen P az AB oldal harmadoló pontja, Q a BC oldal negyedelő pontja, valamint R a CA oldal ötödölő pontja az ábrán látható módon. Határozzuk meg a PQR és az ABC háromszögek területének arányát.



3. Oldjuk meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x - \sqrt{x}} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{x}{x + \sqrt{x}}}.$$

4. Adott egy 8×8 -as táblázat. Nevezzük főátlónak az $a_1 - h_8$ átlót. A főátló alatti mezőket 0-kal töltjük ki, míg a többi mezőbe pozitív egészeket írunk. A kitöltés után kiszámoljuk a sor-, illetve oszlopösszegeket. Lehetséges-e, hogy az $1, 2, 3, \dots, 16$ számokat kapjuk eredményül (valamilyen sorrendben)?

b) Ha egy 7×7 -es táblánk van, akkor lehetséges-e, hogy az $1, 2, 3, \dots, 14$ számokat kapjuk eredményül (valamilyen sorrendben)?

8								
7								0
6							0	0
5						0	0	0
4					0	0	0	0
3				0	0	0	0	0
2			0	0	0	0	0	0
1		0	0	0	0	0	0	0
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>