

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2016/2017-es tanév

Kezdők I–II. kategória II. forduló

Kezdők III. kategória I. forduló

Feladatok

1. Egy kört az AB átmérője két ívre osztja. Ezek közül az egyiket kijelöljük a C és D pontokat. Legyen az AC és BD egyenesek metszéspontja P , az AD és BC egyeneseké pedig Q . Mekkora szöveget zár be a PQ egyenes az AB átmérővel? (6 pont)

2. Legyen S a $H = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ halmaz olyan legalább kételemű részhalmaza, amelyre teljesül, hogy bármely két különböző elemének összegét képezve, csupa különböző számokat kapunk. Mennyi lehet az S elemei számának maximuma? (8 pont)

3. Igazoljuk, hogy egy egység sugarú kört tartalmazó háromszögnek egyik magassága legalább 3 egység hosszúságú. (8 pont)

4. Bizonyítsuk be, hogy ha az x és y valós számok összege 2, akkor

$$(x^2 + 1)(y^2 + 1) \geq 4. \quad (8 \text{ pont})$$

5. Egy szórakozott professzornak 2000–2000 db 20 és 50 Ft-osa van. Tartozik valakinek, de elfelejtette, hogy pontosan mennyivel. Csak arra emlékszik, hogy az összeg 50-re végződik, és a nála lévő pénzermékkal húszféleképpen tudja kifizetni.

Mekkora a professzor adóssága? (10 pont)