Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

1997/1998 10. évfolyam 1. kategória 2. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Egy adott AB szakasz X belsõ pontjára teljesül, hogy az AB szakaszra rajzolt AX oldalú szabályos háromszög és az XB oldalú szabályos hatszög területének összege minimális. Hol helyezkedik el ekkor az AB szakaszon az X pont?

2. feladat

Melyik az a legkisebb pozitív egész, amelyik nem állítható elõ két pozitív racionális szám négyzetének összegeként?

3. feladat

Tekintsük a csupa 1-es vagy 2-es számjegyet tartalmazó n-jegyû számokat ($n \geq 1$). E számok közül (adott n érték esetén) A_n-nel jelöljük azoknak a számát, amelyek azonos számú 1-es és 2-es számjegybõl állnak, B_n pedig legyen azon számok száma, amelyek több 1-est tartalmaznak, mint 2-est. Van-e olyan érték, amelyre $A_n=B_n$?

4. feladat

Legyen egy tetszõleges ABC háromszög AB, illetve AC oldalának felezõpontja D, illetve E pont. A DE szakasz F felezõpontján átmenõ BF egyenes az AC oldalt a G pontban metszi. Mekkora a $BCEF$ és a $FGAD$ négyszög, illetve a BFD és az FEG háromszögek területének aránya?