

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
1998/1999 10. évfolyam 1. kategória 2. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgálató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Oldjuk meg a valós számok körében a

$$\sqrt{3p-x} + \sqrt{x-p} = \sqrt{p+2}$$

egyenletet, ahol a p paraméter egész szám!

2. feladat

Egy egyenlő szárú háromszög beírt körének sugara r , az alapjához hozzáírt (az alapot és a szárak meghosszabbítását is érintő) kör sugara r_a , a háromszög köréírt körének sugara pedig R .

a) Igazoljuk, hogy $\sqrt{r \cdot r_a} \leq R$!

b) Mekkora $\frac{r}{R}$ értéke, ha $\sqrt{r \cdot r_a} = R$?

3. feladat

Egy szabályos háromszög oldalait n egyenlő részre osztottuk. Legyen $f(n)$ azoknak a háromszögeknek a száma, amelyeket az osztópontok és a háromszög csúcsai meghatároznak! Adjuk meg $f(n)$ -et n függvényeként!

4. feladat

Bizonyítsuk be, hogy ha egy tetraéder szemközti élei merőlegesek egymásra, akkor van olyan pont a tetraéder belsejében, amely mindegyik él felezőpontjától egyenlő távolságra van!