

A versenyző kódszáma:

Fontos tudnivalók:

1. A kidolgozás során használt **minden papírlap jobb felső sarkába csak a számjelet írja fel!**
2. A feladatok megoldására fordítható idő 5 (öt) óra.
3. A dolgozatokhoz nem szükséges fogalmazványt (piszkozatot) **készíteni**, de törekedni kell a megoldások **világos, szabatos megfogalmazására és áttekinthető, olvasható leírására. Ceruzával írt szöveg nem fogadható el. A feladatokat tetszés szerinti sorrendben** lehet megoldani, lehetőleg feladatonként új oldalon kezdve.
4. Ha a versenyző valamelyik feladat megoldásában **olyan eszközökre támaszkodik, amelyek nem szerepelnek kategóriája matematika könyveiben, akkor pontosan hivatkoznia kell arra a forrásra, ahonnan azt merítette.** A feladatok pontos megoldását ebben az esetben is le kell írnia, és azokat a felhasznált tételeket, fogalmakat, amelyek a tananyagban nem szerepelnek, meg kell fogalmaznia, illetve meg kell határozni. A versenybizottság csak kellően megindokolt megoldásokat fogad el, **az eredmény pusztá közlése nem értékelhető.** Nem fogadható el könyvből, példatárból stb. olyan feladatra történő hivatkozás sem, amely feladatnak a megoldása ott nincs kidolgozva.
5. A feladatok megoldásához bármely írásos tárgyi eszköz (szakkönyv, példatár stb.) szabadon használható, de **számológép vagy egyéb elektronikus eszköz** (pl. mobiltelefon) **nem használható!** A versenyzőknek önállóan kell dolgozniuk!
6. A dolgozatok elbírálásának megkönnyítése céljából **kérjük a versenyzőket, hogy minden lapot adjanak be,** amelyen érdemleges munkát végeztek, és jól láthatóan húzzák át azt, amit munkájukból értéktelennek ítélnék. **A verseny feladatait tartalmazó lapot a versenyzők megtarthatják.**
7. Azokat a versenyzőket, **akiknek a dolgozatából kétségtelenül megállapítható az együttműködésük, kizárjuk a versenyből.**

Budapest, 2007. január

Versenybizottság

Eredmények:

Feladatok	1.	2.	3.	4.	5.	Összesen	Javítók aláírása
Pontszám							
Pontszám							

ADATLAP A versenyző kódszáma:

A versenyző neve: oszt.:

Az iskola neve:

Az iskola címe: irsz. város
..... utcahsz.

Megye:

A felkészítő tanár(ok) neve:

A megoldást tartalmazó lapok sorszámozva és ezzel a lappal összetűzve küldendők be!

Gimnázium

**Az Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
2006-2007. tanévi második fordulójának feladatai
matematikából, a II. kategória számára**

1. Bizonyítsuk be, hogy az alábbi összeggel megadott N szám nem prím:

$$N = \left(\sum_{n=1}^{2006} n^n \right) + 2006^{2007}, \quad \text{azaz} \quad N = 1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + 2005^{2005} + 2006^{2006} + 2006^{2007}.$$

2. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert, ha $0 \leq x \leq 2\pi$, és $0 \leq y \leq 2\pi$:

$$(1) \quad \cos x + \cos y = 1,$$

$$(2) \quad \sin x \cdot \sin y = -\frac{3}{4}.$$

3. Legyenek az $A_1B_1C_1$ és $A_2B_2C_2$ azonos körüljárású szabályos háromszögek. A sík egy tetszőleges O pontjából mérjük fel a következő vektorokat:

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{A_2A_1}, \quad \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{B_2B_1}, \quad \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{C_2C_1}.$$

Bizonyítsuk be, hogy az ABC háromszög szabályos.

4. Egy szabályos 21 oldalú sokszög csúcsait megszámoztuk sorban a 0, 1, 2, 3, ..., 20 számokkal. Egy urnába betettünk 21 lapot, ezeken is a 0, 1, 2, 3, ..., 20 számok voltak. Az urnából kihúzunk három lapot. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a lapokon szereplő számoknak megfelelő három csúcs hegyesszögű háromszöget alkot?

Valamennyi feladat 7 pontot ér.