



A 2007/2008. tanévi  
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny  
második fordulójának feladatlapja MATEMATIKÁBÓL  
II. (gimnáziumi) kategóriában

Fontos tudnivalók:

1. A kidolgozás során használt **minden papírlap jobb felső sarkába csak a számjelet írja fel!**
2. A feladatok megoldására fordítható idő 5 (öt) óra.
3. A dolgozatokhoz nem szükséges fogalmazványt (piszkozatot) **készíteni**, de törekedni kell a megoldások **világos, szabatos megfogalmazására és áttekinthető, olvasható leírására**. Ceruzával írt szöveg **nem fogadható el**. A feladatokat **tetszés szerinti sorrendben** lehet megoldani, lehetőleg feladatonként új oldalon kezdve.
4. Ha a versenyző valamelyik feladat megoldásában **olyan eszközökre támaszkodik, amelyek nem szerepelnek kategóriája matematika könyveiben, akkor pontosan hivatkozni kell arra a forrásra, ahonnan azt merítette**. A feladatok pontos megoldását ebben az esetben is le kell írnia, és azokat a felhasznált tételeket, fogalmakat, amelyek a tananyagban nem szerepelnek, meg kell fogalmaznia, illetve meg kell határoznia. A versenybizottság csak kellően megindokolt megoldásokat fogad el, **az eredmény pusztá közlése nem értékelhető**. Nem fogadható el könyvből, példatárból stb. olyan feladatra történő hivatkozás sem, amely feladatnak a megoldása ott nincs kidolgozva.
5. A feladatok megoldásához bármely írásos tárgyi eszköz (szakkönyv, példatár stb.) szabadon használható, de **számológép vagy egyéb elektronikus eszköz** (pl. mobiltelefon) **nem használható!** A versenyzőknek önállóan kell dolgozniuk!
6. A dolgozatok elbírálásának megkönnyítése céljából **kérjük a versenyzőket, hogy minden lapot adjanak be**, amelyen érdemleges munkát végeztek, és jól láthatóan húzzák át azt, amit munkájukból értéktelennek ítélnék. **A verseny feladatait tartalmazó lapot a versenyzők megtarthatják.**
7. Azokat a versenyzőket, **akiknek a dolgozatából kétségtelenül megállapítható az együttműködésük, kizárjuk a versenyből.**

Budapest, 2008. január

Versenyzbizottság

Eredmények:

Feladatok	1.	2.	3.	4.	5.	Összesen	Javítók aláírása
Pontszám							
Pontszám							

**A VERSENYZŐ ADATAI**

A versenyző kódszáma:

A versenyző neve: ..... oszt.: .....

Az iskola neve: .....

Az iskola címe: ..... irsz. .... város

..... utca .....hsz.

Megye: .....

A felkészítő tanár(ok) neve: .....

.....

**A megoldást tartalmazó lapok sorszámozva és ezzel a lappal összetűzve küldendők be!**

**Az Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny  
2007-2008. tanévi második fordulójának feladatai  
matematikából, a II. kategória számára**

1. Tekintsük azokat a konvex négyszögeket, amelyek 100 darab egységnyi oldalú szabályos háromszögre darabolhatók. Mekkoraak lehetnek a megfelelő négyszögek oldalai?

2. Egy 30 fős osztályban a karácsonyi ajándékozásról sorshúzással döntenek. Minden diák nevét felírják egy papírra, majd a 30 papírdarabot egy sapkába teszik. Névsor szerinti sorrendben mindenki kihúz egy papírt a sapkából és a rajta szereplő embernek készít ajándékot. Elképzelhető, hogy valaki saját magát ajándékozza meg.

Az átadás úgy történik, hogy először jelentkeznek, akik magukat húzták, majd a többi diák közül a legfiatalabb diák átadja ajándékát az általa húzott embernek, és innentől aki éppen megkapja az ajándékát, az lesz a soron következő ajándékot átadó ember. Ha valahol elakad a sor, azaz olyan diák kapja az ajándékot, aki már a sajátját átadta, de még nem mindenki adta át illetve kapta meg az ajándékát, akkor ez utóbbiak közül a legfiatalabb újra kezdi.

Mennyi a valószínűsége, hogy egy osztályban hat egymást követő év karácsonyi ajándékozása során lesz legalább egy olyan év, amelyben senki nem húzza magát és a sor sem akad el? (Az osztály létszáma minden évben ugyanannyi.)

3. Melyek azok az  $x$ ,  $y$ ,  $z$  és  $w$  valós számok, amelyekre egyszerre teljesül:

$$(1) \quad x + y + z = \frac{3}{2},$$

$$(2) \quad \sqrt{4x-1} + \sqrt{4y-1} + \sqrt{4z-1} \geq 2 + 3^{\sqrt{w-2}}.$$

4. Adott egy egységnyi oldalú négyzet. Határozzuk meg a négyzet síkjában levő azon körök középpontjainak a halmazát (mértani helyét), amelyeknek a négyzet mind a négy oldalával két közös pontja van.

Valamennyi feladat 7 pontot ér.