



A 2008/2009. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
második fordulójának feladatlapja MATEMATIKÁBÓL
II. (gimnáziumi) kategóriában

Fontos tudnivalók:

- 1. A kidolgozás során használt minden papírlap jobb felső sarkába csak a számjelet írja fel!
2. A feladatok megoldására fordítható idő 5 (öt) óra.
3. A dolgozatokhoz nem szükséges fogalmazványt (piszkozatot) készíteni, de törekedni kell a megoldások világos, szabatos megfogalmazására és áttekinthető, olvasható leírására.
4. Ha a versenyző valamelyik feladat megoldásában olyan eszközökre támaszkodik, amelyek nem szerepelnek kategóriája matematika könyveiben, akkor pontosan hivatkozni kell arra a forrásra, ahonnan azt merítette.
5. A feladatok megoldásához bármely írásos tárgyi eszköz (szakkönyv, példatár stb.) szabadon használható, de számológép vagy egyéb elektronikus eszköz (pl. mobiltelefon) nem használható!
6. A dolgozatok elbírálásának megkönnyítése céljából kérjük a versenyzőket, hogy minden lapot adjanak be, amelyen érdemleges munkát végeztek, és jól láthatóan húzzák át azt, amit munkájukból értéktelennek ítélnék.
7. Azokat a versenyzőket, akiknek a dolgozatából kétségtelenül megállapítható az együttműködésük, kizárjuk a versenyből.

Budapest, 2009. január

Versenyzbizottság

Eredmények:

Table with 8 columns: Feladatok, 1., 2., 3., 4., 5., Összesen, Javítók aláírása. Rows for Pontszám.

A VERSENYZŐ ADATAI

A versenyző kódszáma:

A versenyző neve: oszt.:

Az iskola neve:

Az iskola címe: irsz. város

..... utcahsz.

Megye:

A felkészítő tanár(ok) neve:

.....

A megoldást tartalmazó lapok sorszámozva és ezzel a lappal összetűzve küldendőek be!

**Az Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
2008-2009. tanévi második fordulójának feladatai
matematikából, a II. kategória számára**

1. Adjuk meg a valós számoknak azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az alábbi f függvény értelmezhető és határozzuk meg a függvény értékkészletét ezen az értelmezési tartományon.

$$f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{x - \sqrt{2 - x}}}.$$

2. Határozzuk meg a következő egyenlet valós megoldásait. ($[y]$ az y valós szám egész részét jelöli.)

$$\left[\frac{x}{2}\right] - \left[\frac{x}{3}\right] = \frac{x}{7}.$$

3. Egy 1 milliárd lakosú országban egy olcsó AIDS teszt bevezetését tervezik. Tudjuk, hogy kb. minden ezredik ember fertőzött. Kiderült, hogy a betegek 99,9%-ánál pozitív, viszont sajnos az egészségesek 0,1%-ánál is pozitív eredményt ad a teszt. Ilyen paraméterek mellett elvetették a használatát. Egy matematikus azt javasolta, hogy végezzék el kétszer egymás után a vizsgálatot és ha mindkettő pozitív, csak akkor küldjék orvoshoz a páciens. Így már bevezethető lett a teszt. A következő két kérdéssel arra keressük a választ, mi ennek a magyarázata.

- (a) Számítsuk ki mennyi a valószínűsége, hogy beteg valaki, ha az első teszt pozitív.
- (b) Számítsuk ki mennyi a valószínűsége, hogy beteg valaki, ha mind a két teszt pozitív.

4. Az a , b , c oldalú t területű hegyesszögű háromszögre

$$abc = a + b + c$$

teljesül. Bizonyítsuk be, hogy

$$\frac{\sqrt{3}}{2} < t < \frac{3}{2}.$$

Valamennyi feladat 7 pontot ér.