

Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny, 2009–2010-es tanév  
**MATEMATIKA, III. kategória**  
A döntő feladatai  
a gimnáziumok speciális matematikai osztályainak tanulói részére

1. Igazoljuk, hogy végtelen sok olyan derékszögű háromszög van, amelyben az oldalhosszak relatív prím egész számok, és az átfogó hosszából bármelyik befogó hosszát levonva egy-egy köbszámot kapunk.
2. Az  $ABC$  háromszög szögei  $\pi/7$ ,  $2\pi/7$ ,  $4\pi/7$ . A háromszög szögfelezői a szemközti oldalakat az  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  pontokban metszik. Mutassuk meg, hogy az  $A_1B_1C_1$  háromszög egyenlő szárú.
3. Egy  $k$  élhosszúságú kocka három egy csúcsba futó lapját teljesen le akarjuk ragasztani  $k^2$  darab  $3 \times 1$  méretű címkével. Milyen  $k$ -ra lehet ezt megtenni?