A versenyző kódszáma:

Oktatási Hivatal

Az Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
2011-2012. tanévi harmadik, döntő fordulójának feladatai
matematikából, a II. kategória számára

Kérjük erre a lapra írja az **1.** feladatra adott megoldását. Amennyiben a megoldáshoz pótlapot, piszkozatot kíván beadni, azt helyezze ennek a lapnak a közepébe.

1. Az $ABCD$ szimmetrikus trapéz AB és CD oldalai párhuzamosak, $AB < CD$. Az AD és BC egyenesek metszéspontja legyen P. A trapéz köré írt kör A és C pontjához húzott érintőinek metszéspontja legyen Q. Igazoljuk, hogy a PQ egyenes párhuzamos az AB egyenessel.

A feladat 7 pontot ér.

A versenyző kódszáma:

Oktatási Hivatal

Az Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
2011-2012. tanévi harmadik, döntő fordulójának feladatai
matematikából, a II. kategória számára

Kérjük erre a lapra írja a **2.** feladatra adott megoldását. Amennyiben a megoldáshoz pótlapot, piszkozatot kíván beadni, azt helyezze ennek a lapnak a közepébe.

2. Legyen $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3\}$. Az $f(x)$ függvény értelmezési tartománya A és minden A-beli x esetén $f(x) \in A$. Hány olyan $f(x)$ függvény van, amelyre

$$\{f(f(x))|x \in A\} = B?$$

A feladat 7 pontot ér.

A versenyző kódszáma:

Oktatási Hivatal

Az Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
2011-2012. tanévi harmadik, döntő fordulójának feladatai
matematikából, a II. kategória számára

Kérjük erre a lapra írja a **3.** feladatra adott megoldását. Amennyiben a megoldáshoz pótlapot, piszkozatot kíván beadni, azt helyezze ennek a lapnak a közepébe.

3. Legyen $h(1) = 1$ és $n = 2, 3, ...$ esetén $h(n) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i}$. Mutassuk meg, hogy

$$L = \frac{1}{h^2(1)} + \frac{1}{2 \cdot h^2(2)} + \frac{1}{3 \cdot h^2(3)} + ... + \frac{1}{2012 \cdot h^2(2012)} < 2.$$

A feladat 7 pontot ér.