



Oktatási Hivatal

**A 2013/2014. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
első forduló**

**MATEMATIKA II. KATEGÓRIA
(GIMNÁZIUM)**

FELADATOK

1. Melyek azok a pozitív p és q prímelek, amelyekre a

$$p + q, \quad p + q^2, \quad p + q^3, \quad p + q^4$$

számok mindegyike prím?

2. Határozzuk meg, a p valós paraméter mely értékeinél hány megoldása van a következő egyenletnek:

$$|\sqrt{|x-3|} - 2| - 1 = p$$

3. Hány olyan ötjegyű tízes számrendszerbeli pozitív egész szám van, melyben a jegyek szorzata 50-re végződik?

4. Jelölje M a hegyesszögű ABC háromszög magasságpontját. Legyen P , Q és R rendre a BCM , CAM és ABM háromszögek köré írt köreinek középpontja.

(a) Igazoljuk, hogy ABC és PQR egybevágó háromszögek.

(b) Igazoljuk, hogy az AP , BQ és CR egyenesek egy pontra illeszkednek.

5. Oldjuk meg a valós számok halmazán az alábbi egyenlőtlenséget:

$$\sqrt{\operatorname{tg}^2 x - 3} > 1 + 2 \cdot \operatorname{tg} x$$