



A 2013/2014. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
második forduló

MATEMATIKA II. KATEGÓRIA
(GIMNÁZIUM)

FELADATOK

1. Maximum hány egész számot választhatunk ki a $J = \{n \mid 1 < n < 121; n \in \mathbb{Z}\}$ halmazból úgy, hogy közülük bármely kettő relatív prím legyen, ha egyikük sem lehet prím?

2. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$x^2 + 4 \left(\frac{x}{x-2} \right)^2 = 45$$

3. Tekintsük az összes olyan parabolát, melyek egyenlete $y = x^2 + ax + b$, ahol a és b valós számok, továbbá a koordinátatengelyeket három különböző pontban metszik. Bármely parabola esetén ez a három pont meghatároz egy kört. Mutassuk meg, hogy az összes ilyen kör átmegy egy közös ponton.

4. Hány darab 150 jegyű tízes számrendszerbeli pozitív egész szám van, melynek minden jegye páratlan és bármely két szomszédos számjegy eltérése 2?

Valamennyi feladat 7 pontot ér.