



Oktatási Hivatal

A 2014/2015. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
harmadik, döntő forduló

MATEMATIKA II. KATEGÓRIA
(GIMNÁZIUM)

FELADATOK

1. Az x , y , z olyan pozitív egészek, amelyekre az

$$\frac{x(y+1)}{x-1}, \quad \frac{y(z+1)}{y-1}, \quad \frac{z(x+1)}{z-1}$$

hányadosok mindegyike pozitív egész szám. Mi az xyz szorzat lehetséges legnagyobb értéke?

2. Tekintsük egy kocka három olyan lapátlójának egyenesét, amelyek páronként kitérők. Az e egyenes az iménti három egyenes mindegyikével ugyanakkora szöget zár be. Mekkora lehet ez a szög?

3. Legyenek $x_1, x_2, \dots, x_{2015}$ valós számok. Ugyanezen számok valamely $y_1, y_2, \dots, y_{2015}$ permutációjára teljesül, hogy

$$3y_1 - x_1 = 2x_2, \quad 3y_2 - x_2 = 2x_3, \quad \dots, \quad 3y_{2015} - x_{2015} = 2x_1$$

Bizonyítsuk be, hogy ez csak úgy lehet, ha minden x_i ugyanakkora.

Valamennyi feladat 7 pontot ér.