



Oktatási Hivatal

A 2016/2017. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
második forduló

MATEMATIKA II. KATEGÓRIA (GIMNÁZIUM)

FELADATOK

1. Van három dobókockánk, feldobjuk mind a hármat. Azokat, amivel hatost dobtunk, félretesszük. Ha mindhárom hatos, abbahagyjuk a játékot. Különben a megmaradt kockákkal újra dobunk. Ezt addig ismétljük, amíg minden kockán hatos nem lesz. Mennyi a valószínűsége, hogy legfeljebb három dobás után véget ér a játék?

2. Igazoljuk, hogy ha x , y , és z eleme a $[-5, 3]$ intervallumnak, akkor

$$\sqrt{3x - 5y - xy + 15} + \sqrt{3y - 5z - yz + 15} + \sqrt{3z - 5x - xz + 15} \leq 12.$$

Mikor áll fenn egyenlőség?

3. Határozzuk meg, mely a , b , c nemnegatív egész számok esetén teljesül:

$$3^a + 17 \cdot 4^b = c^2.$$

4. Tekintsük az $ABCD$ húrnégyszöget. Az AC szakasz a húrnégyszög köré írható k körének az átmérője. Az AD és BC egyenesek metszéspontja legyen M . A k kört a B és D pontban érintő érintők az N pontban metszik egymást. Bizonyítsuk be, hogy AC merőleges MN -re.

Valamennyi feladat 7 pontot ér.