A 2013/2014. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
második forduló

FIZIKA II. KATEGÓRIA

Javítási-értékelési útmutató

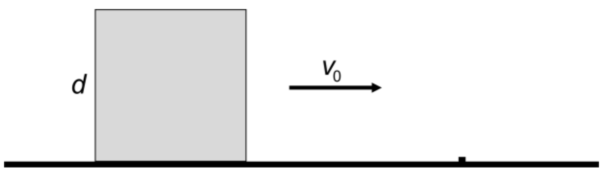
1.) Vízszintes, súrlódásmentes (légpárnás) felületen, egyik lapjára merőlegesen v_0 sebességgel mozog egy merev, tömör, homogén anyageloszlású, d oldalélű kocka. A kocka beleütközik egy kicsiny, a felületből éppen csak kiálló, rögzített, d hosszúságú akadályba, ami a kocka homloklapjával párhuzamos. Az ütközés pillanatában a kocka homloklapjának alsó éle teljes hosszúságában nekifeszül az akadálynak. Az ütközés rugalmatlan, amit úgy kell értelmez-nünk, hogy a pillanatszerű ütközés folyamatában a kocka ütköző, alsó éle megáll. A pillanatszerű ütközést követően a kocka mozgása különböző módon folytatódhat attól függően, hogy mekkora volt a kocka v_0 kezdősebessége. Kicsiny kezdősebességek esetén az ütközés után a kocka kissé felbillen, majd visszaesik a vízszintes felületre.

a) Egy bizonyos v_{01} kezdősebesség után a kocka már felborul, vagyis átfordul kezdeti mozgásának homloklapjára. Mekkora ez a v_{01} sebesség?

b) Ha a kezdősebességet v_{02} értékig tovább növeljük, akkor közvetlenül a pillanatszerű ütközés után a kocka ütköző éle hátracsúszik. Mekkora ez a v_{02} sebesség?

c) Ha még tovább növeljük a kezdősebességet v_{03} értékig, akkor közvetlenül a pillanatszerű ütközés után a kocka ütköző éle felugrik a vízszintes felületről. Mekkora ez a v_{03} sebesség?

(A tömör, homogén kocka tehetetlenségi nyomatéka bármely, a tömegközéppontján átmenő tengelyre vonatkoztatva $\Theta_0 = \frac{md^2}{6}$.)



Megoldás: *a)* Mivel az ütközés pillanatszerű, így a nehézségi erő erőlökése, illetve „forgatónyomaték lökése” elhanyagolható. Ezért az ütközés során a perdület megmarad, ha a perdületet az ütközési pontra vonatkoztatjuk:

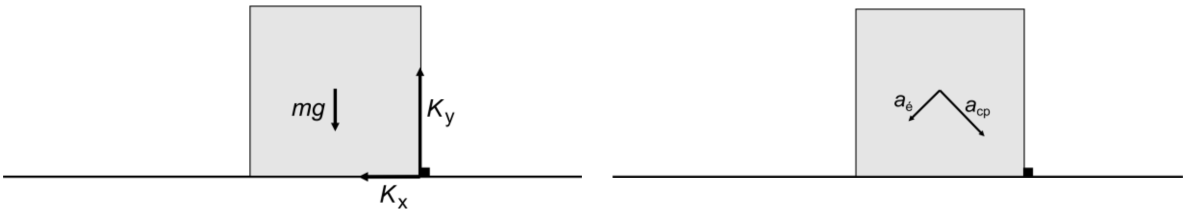
$$mv_0\frac{d}{2} = \left(\Theta_0 + \frac{md^2}{2}\right)\omega = \frac{2md^2}{3}\omega \quad \rightarrow \quad \omega = \frac{3v_0}{4d}.$$

Az egyenlet bal oldalán a kocka ütközés előtti pályaperdülete szerepel, ami az ütközés során a rögzített ütközési él mint forgástengely körüli perdületté alakul. A kocka élére vonatkozó tehetetlenségi nyomatékot a Steiner-tétel segítségével számítottuk ki, ahol figyelembe vettük a forgástengely $d/\sqrt{2}$-vel történő eltolódását.

Akkor billen át a kocka, ha az ütközést követően a forgási energiája megegyezik a maximális magassági energianövekedéssel, ami 45°-os elfordulásnál következik be (ekkor a kocka tömegközéppontjának emelkedése ($\frac{d}{\sqrt{2}}-\frac{d}{2}$):

$$\frac{1}{2}\Theta\omega^2=\frac{1}{2}\left(\frac{2md^2}{3}\right)\left(\frac{3\upsilon_0}{4d}\right)^2>mg\left(\frac{d}{\sqrt{2}}-\frac{d}{2}\right)\quad\rightarrow\quad \upsilon_{01}>\sqrt{\frac{8\left(\sqrt{2}-1\right)gd}{3}}.$$

b) Ha a kocka kis sebességgel érkezik az akadályhoz, akkor kicsit felbillen, majd visszaesik. Ha υ_0-nál nagyobb sebességgel érkezik, akkor átbillen, vagyis felborul (erről szólt az előző kérdés). Ha nagy sebességgel érkezik az akadályhoz, akkor furcsán fog viselkedni. Ezt a viselkedést közvetlenül az ütközést követő pillanatban kell vizsgálnunk, amikor még éppen vízszintes a kocka alsó lapja. Az ütközőnél ható kényszererőket (a szokásos módon) jelöljük K_x-szel és K_y-nal, illetve rajzoljuk be a nehézségi erőt is.



Tételezzük fel, hogy a kocka ekkor a pillanatnyi forgástengely (momentán centrum) körül forog $\omega=\frac{3\upsilon_0}{4d}$ szögsebességgel, és írjuk le a tömegközéppont (TKP) gyorsulását.

A TKP gyorsulása az $\quad a_{cp}=\frac{d}{\sqrt{2}}\omega^2$

centripetális és az $\quad a_é=\frac{d}{\sqrt{2}}\beta$

érintő irányú gyorsulás (egymásra merőleges és a vízszinteshez képest 45°-ban lefelé mutató) tagokból áll. A TKP függőlegesen lefelé mutató gyorsulása:

$$a_y=\frac{\frac{d}{\sqrt{2}}\beta+\frac{d}{\sqrt{2}}\omega^2}{\sqrt{2}},$$

míg a vízszintesen balra mutató gyorsulás:

$$a_x=\frac{\frac{d}{\sqrt{2}}\beta-\frac{d}{\sqrt{2}}\omega^2}{\sqrt{2}},$$

Szükségünk van még a szöggyorsulásra:

$$M=\Theta\beta\quad\rightarrow\quad\beta=\frac{M}{\Theta}=\frac{mg\frac{d}{2}}{\frac{2}{3}md^2}=\frac{3g}{4d}.$$

Írjuk fel Newton második törvényét vízszintes és függőleges összetevőkre:

$$K_x=ma_x,\qquad mg-K_y=ma_y.$$

A számolás során ki kell használnunk, hogy $\omega = \frac{3v_0}{4d}$. A behelyettesítések elvégzése után megkapjuk az ütközőnél fellépő vízszintes és függőleges kényszererőt:

$$K_x = m\left(\frac{3}{8}g - \frac{9v_0^2}{32d}\right)$$

$$K_y = m\left(\frac{5}{8}g - \frac{9v_0^2}{32d}\right)$$

A függőleges kényszererő

$$v_0^2 > \frac{20gd}{9}$$

esetén vált előjelet (ezért azt gondolhatnánk, hogy ilyenkor felugrik a kocka), azonban a vízszintes kényszererő hamarabb,

$$\frac{9v_{02}^2}{32d} > \frac{3g}{8} \qquad \rightarrow \qquad v_{02} > \sqrt{\frac{4gd}{3}}$$

esetén vált előjelet, tehát a kocka ekkor még nem ugrik fel, hanem az ütköző éle hátracsúszik. Ilyenkor megszűnik a vízszintes kényszererő (súrlódásmentes a felület), és így a kocka vízszintes sebessége állandó marad. Ha beülünk egy vízszintesen egyenes vonalú egyenletes mozgást végző rendszerbe, ahol a kockával együtt mozgunk, akkor ott azt láthatjuk, hogy a TKP függőlegesen emelkedik. A kocka TKP-jának emelkedése ilyenkor alacsonyabb pályán történik, mint amikor az ütköző él körül tisztán elfordul, de magasabb pályán, mintha ferde hajítással mozogna, ahogy majd ez a még nagyobb kezdősebességek esetén történik.

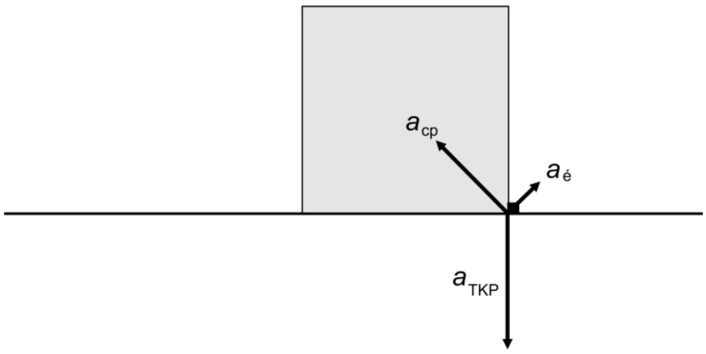
c) Amikor a kocka alsó éle hátracsúszik, akkor nem használhatjuk tovább az előző leírást, mert az ütköző él nem marad továbbra is rögzített pillanatnyi forgástengely (ilyenkor a kocka alsó éle gyorsul, a hozzá rögzített rendszer nem inerciális). Tehát nem az előző részben megmutatott $v_0^2 > \frac{20gd}{9}$ összefüggés adja a felugrás feltételét.

Célszerű a tömegközépponti rendszert használni. Most azt kell megvizsgálnunk, hogy mekkora kezdősebesség esetén ugrik fel a kocka. Ilyenkor már nincs vízszintes K_x kényszererő, ezért a leírásunk némileg egyszerűbb. A tömegközéppontra vonatkozó forgatónyomaték adja a kocka szöggyorsulását:

$$M = \Theta_0 \beta \qquad \rightarrow \qquad \beta = \frac{M}{\Theta_0} = \frac{K_y \frac{d}{2}}{\frac{1}{6}md^2} = \frac{3K_y}{md}.$$

A kényszerfeltétel felírásakor azt használjuk ki, hogy amíg a kocka ütköző éle „csak” hátracsúszik, vagyis még nem ugrik fel, addig az él pontjainak függőleges irányú gyorsulása nulla. A kockának erre a sarkára úgy írhatjuk fel ezt a kényszerfeltételt, hogy a tömegközéppont függőlegesen lefelé mutató gyorsulását egyenlővé tesszük a sarokpont forgása miatti centripetális gyorsulása és a sarokpont szöggyorsulásából adódó érintőleges gyorsulása függőleges összetevőinek az összegével:

$$a_{\mathrm{TKP}} = a_y = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(a_{\mathrm{cp}} + a_{\mathrm{é}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{d}{\sqrt{2}}\omega^2 + \frac{d}{\sqrt{2}}\beta\right) = \frac{d}{2}\left(\omega^2 + \beta\right).$$



Az ábra a TKP gyorsulását, a sarokpont centripetális, és a sarokpont érintőleges gyorsulását mutatja. Mivel ilyenkor a sarokpont hátracsúszik, ennek a pontnak az eredő gyorsulása vízszintes.
A TKP gyorsulását a mozgásegyenletből írhatjuk fel:

$$a_{\text{TKP}} = a_{\text{y}} = g - \frac{K_{\text{y}}}{m}.$$

Kihasználhatjuk még, hogy közvetlenül a pillanatnyi ütközés után a kocka szögsebességére még mindig alkalmazható az

$$\omega = \frac{3v_0}{4d}$$

összefüggés. A szöggyorsulást, a gyorsulást és a szögsebességet a kényszerfeltételt kifejező egyenletbe beírva kapjuk, hogy

$$g - \frac{K_{\text{y}}}{m} = \frac{d}{2}\left(\omega^2 + \beta\right) = \frac{d}{2}\left(\frac{9v_0^2}{16d^2} + \frac{3K_{\text{y}}}{md}\right),$$

amiből a függőleges kényszererőt kifejezhetjük:

$$K_{\text{y}} = \frac{m}{5}\left(2g - \frac{9v_0^2}{16d}\right).$$

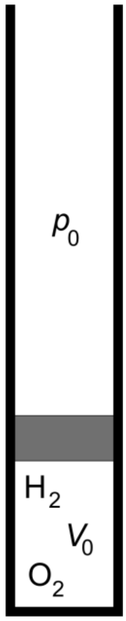
A kényszererő csak pozitív lehet (felfelé mutathat), tehát a zárójelben lévő kifejezés nem lehet negatív. Ha negatívvá válik, akkor a kényszerfeltétel nem tartható, a kocka hátralökődő éle nem maradhat a felületen, hanem ilyenkor a kocka felugrik. Ennek feltétele:

$$\frac{9v_{03}^2}{16d} > 2g \qquad \rightarrow \qquad v_{03} > \sqrt{\frac{32}{9}gd} = \frac{4}{3}\sqrt{2gd}.$$

A felugrást követően természetesen a TKP gyorsulása egyenlő lesz a g nehézségi gyorsulással, és a kocka ω szögsebessége állandó marad (a szöggyorsulás nulla lesz). A kocka tömegközéppontja ferde hajítással mozog (alatta maradva az előző két esetben leírt pályáknak).

Megjegyzés: Láthatóan teljesül, hogy $v_{01} < v_{02} < v_{03.}$

2.) Hosszas kísérletezés után Mekk mesternek sikerült megalkotnia a durranógáz rakéta-kilövőt. Hosszú, függőleges, alul zárt, erős csőbe, melyet felülről súlyos, 50 kg tömegű dugattyú, vagyis a rakéta zárt le, hidrogén és oxigén gáz előmelegített keverékét zárta, mégpedig 2 mól hidrogént és 1 mól oxigént. Az 5 dm^2 keresztmetszetű cső alján a gázkeverék kezdeti térfogata 75 liter volt, a külső légnyomás 10^5 Pa.



A gázkeveréket beépített elektromos szerkezettel gyújtotta meg. A gázkeverék égése nem pillanatszerű robbanásként következett be, mert a geometriai viszonyok olyanok voltak, hogy
a gyújtás pillanatától kezdve a gáz úgy tágult, hogy a nyomása mindvégig állandó maradt, mégpedig a kezdeti érték háromszorosa. A teljes gázkeverék égése éppen akkor fejeződött be, amikor a dugattyú elhagyta a hengert.

A kémiai reakcióban felszabaduló hő 490 kJ volt, amiből 137 kJ hő a cső falát melegítette. Ugyancsak veszteséget jelentett az is, hogy a begyújtást követően a mozgó dugattyúra súrlódási fékező erő hatott, amelynek nagysága megegyezett a dugattyú súlyával. (A gázkeverék begyújtása előtt a dugattyú súrlódása elhanyagolható volt, csak a durranógáz begyújtásakor bekövetkező hőtágulás váltotta ki a súrlódást.)

a) Milyen hosszú csőből építette meg Mekk mester a rakétakilövőjét?

b) Mekkora sebességgel hagyta el a csövet a kilőtt dugattyú?

c) Mekkora a gáz hőmérséklete abban a pillanatban, amikor kiszabadul a csőből?

Útmutatás: A hidrogén és az oxigén molekulák szabadsági foka 5, a vízgőz molekulákét tekintsük 6-nak.

Megoldás: *a), b)* Az égéskor keletkező hő adja a cső falának a meleget, felgyorsítja a dugattyút, emeli a gáz belső energiáját, a dugattyút a kilövőcső tetejéig emeli, munkát végez a külső légnyomással szemben, valamint fedezi a súrlódási veszteséget:

$$Q = Q_{\text{veszt}} + \frac{1}{2} m v^2 + \Delta E + mgh + p_0 \Delta V + F_{\text{súrl}} h.$$

Mivel a súrlódási erő a dugattyú súlyával egyezik meg, így $F_{\text{súrl}} h = mgh$. A külső légnyomással szembeni munka így írható: $p_0 \Delta V = p_0 A h.$ A gáz belső energia változása pedig így írható fel:

$$\Delta E = \frac{6}{2} p_2 V - \frac{5}{2} p_1 V_0 = \frac{6}{2}(3p_1) A(h + h_0) - \frac{5}{2} p_1 A h_0 = 9 p_1 A h + 6{,}5 p_1 A h_0.$$

Az egyenlet felírásakor figyelembe vettük, hogy a keletkező vízgőz molekuláinak szabadsági foka 6, míg a reakciótermékeké csak 5.
Meghatározhatjuk továbbá a bezárt gáz kezdeti magasságát:

$$h_0 = \frac{V_0}{A} = 1{,}5 \text{ m}.$$

Ugyancsak kiszámíthatjuk a kezdeti nyomást:

$$p_1 = p_0 + \frac{mg}{A} = 1{,}1 \cdot 10^5 \,\text{Pa},$$

valamint a kilövés közbeni nyomást is:

$$p_2 = 3 p_1 = 3{,}3 \cdot 10^5 \,\text{Pa}.$$

Ha mindezeket beírjuk a fenti egyenletbe, akkor már csak két ismeretlenünk marad: v és h, tehát még egy egyenletre van szükségünk. Felírhatjuk a dugattyúra a mozgásegyenletet:

$$\sum F = (p_2 - p_0) A - 2mg = (3p_1 - p_0) A - 2mg = ma = m \frac{v^2}{2h}.$$

Az eredő erő:

$$\left(3p_1 - p_0\right)A - 2mg = 10\,500\ \mathrm{N}.$$

Az egyenletek megoldása (a numerikus értékek korai behelyettesítésével gyorsan megkapható): h = 4,5 m és υ = **44 m/s**.

Az egyenletek paraméteres megoldása a következő:

$$h = \frac{Q - Q_{\text{veszt}} - 6,5\,p_1 A h_0}{12\,p_1 A} \approx \mathbf{4,5\,m},$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{\left[(6p_1 - 2p_0)A - 4mg\right]h}{m}} \approx \mathbf{44\,\frac{m}{s}}.$$

c) A végső hőmérséklet így kaphatjuk meg:

$$T = \frac{p_2 V}{nR} = \frac{\left(3,3\cdot 10^5\,\mathrm{Pa}\right)\left(0,3\,\mathrm{m}^3\right)}{\left(2\,\mathrm{mol}\right)\left(8,314\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}\cdot\mathrm{K}}\right)} \approx \mathbf{6000\,K.}$$

(A hőmérséklet kiszámításakor kihasználtuk, hogy 2 mol hidrogén és 1 mol oxigén reakciójából 2 mol vízgőz keletkezik.)
Megállapíthatjuk tehát, hogy Mekk mester kilövője $h + h_0$ = **6 m** hosszú volt.

3.) $l = 0{,}4\ \mathrm{m}$ hosszúságú rézdrótból négyzet alakú merev keretet hajlítunk. A keret az egyik éle, mint vízszintes tengely körül súrlódásmentesen elfordulhat. A keretet kis szögben kitérítjük, majd magára hagyjuk.

a) Határozzuk meg a kialakuló lengés periódusidejét!

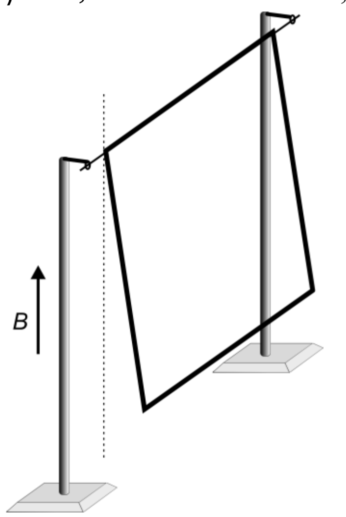
b) Határozzuk meg a kialakuló lengés periódusidejét, ha jelen van egy függőleges irányú, $B = 0{,}1\ \mathrm{T}$ indukciójú homogén mágneses tér!

Tekintsünk el a légellenállástól, az önindukciótól, továbbá a Föld mágneses terének hatásától.

Útmutatás: Ha egy D direkciós erejű rugón rezgő m tömegű tömegpontra a rugóerőn kívül egy sebességgel arányos $k\cdot\upsilon$ nagyságú fékező erő is hat, a kialakuló csillapodó rezgés körfrekvenciája

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m} - \left(\frac{k}{2m}\right)^2}, \text{ amennyiben a } \sqrt{\frac{D}{m}} > \frac{k}{2m} \text{ feltétel teljesül.}$$

Adatok: A réz fajlagos ellenállása $\rho^* = 1{,}68\cdot 10^{-2}\ \Omega\cdot\mathrm{mm}^2/\mathrm{m}$, sűrűsége $\rho = 8960\ \mathrm{kg/m}^3$.



Megoldás. *a)* Fizikai ingáról van szó, melynek tehetetlenségi nyomatéka a forgástengelyre vonatkoztatva ($a = \frac{l}{4}$):

$$\Theta = \left(\frac{1}{3} \frac{m}{4} a^2 \cdot 2 + \frac{m}{4} a^2 \right) = \frac{5}{12} m a^2 \tag{1}$$

A TKP távolsága a forgástengelytől:

$$s_{\mathrm{TKP}} = \frac{a}{2} \tag{2}$$

Az (1) és (2) összefüggést figyelembe véve

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{mgs_{TKP}}} = 2\pi \sqrt{\frac{5a}{6g}} = \pi \sqrt{\frac{5l}{6g}} \approx \mathbf{0{,}57\,s} \qquad \text{adódik.} \tag{3}$$

b) A megoldás alapja a mozgásegyenletbeli analógia. Ha a csillapított rezgőmozgás mozgásegyenlete

$$-\frac{D}{m} x - \frac{k}{m} \upsilon = a \tag{4}$$

a kialakuló rezgés körfrekvenciája

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m} - \left(\frac{k}{2m} \right)^2} \; . \tag{5}$$

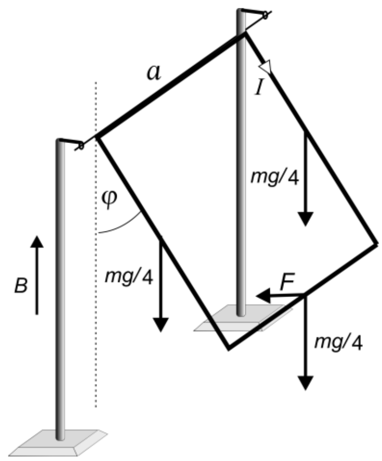
Analóg egyenletet várunk származtatni a keret mozgására, amely

$$-\frac{D^*}{\Theta} \varphi - \frac{k^*}{\Theta} \Omega = \beta \tag{6}$$

alakú. (φ a pillanatnyi szögkitérés a függőlegestől mérve, Ω a pillanatnyi szögsebesség, β a szöggyorsulás.)

A (4) és (6) mozgásegyenletek szerkezetbeli hasonlóságának felismeréséhez észre kell venni a haladómozgás x, υ, a kinematikai jellemzői és a forgómozgás φ, Ω, β kinematikai jellemzői közti analógiát. Ez alapján a (6) típusú mozgás körfrekvenciája

$$\omega^* = \sqrt{\frac{D^*}{\Theta} - \left(\frac{k^*}{2\Theta} \right)^2} \; . \tag{7}$$



Tekintsük a fenti ábrán illusztrált állapotot, amikor a keret az egyensúlyi helyzettől távolodik! Ne feledjük, hogy a szögamplitúdó kicsi! Könnyű belátni, hogy az indukált feszültség nagysága az $U = Blv_{\perp}$ mozgási indukciós képlet alapján (esetünkben $l = a$)

$$U = Bav_{\perp} = Bav\cos\varphi = Ba\cdot a\Omega\cos\varphi = B\alpha^2\Omega\cos\varphi,$$

ugyanis csak a vízszintesen lengő szárban keletkezik indukált feszültség, és annak a pillanatnyi sebessége a körmozgás a sugarának és az Ω szögsebességnek a szorzata: $v = a\cdot\Omega$. Mivel azonban a szögkitérés igen kicsi, $\cos\varphi$ 1-nek vehető, ezért a pillanatnyi áramerősség

$$I = \frac{U}{R} = \frac{B\Omega a^2}{R}. \tag{8}$$

Az F Lorentz erő:

$$F = IaB = \frac{B^2a^3}{R}\Omega. \tag{9}$$

A Lorentz erő nyomatéka (a kis szögkitérés miatt):

$$M_L = Fa = \frac{B^2a^4}{R}\Omega. \tag{10}$$

A forgómozgás alapegyenlete ($\sin\varphi \approx \varphi$ közelítés felhasználásával):

$$-\frac{m}{4}g\frac{a}{2}\varphi\cdot 2 - \frac{m}{4}ga\varphi - \frac{B^2a^4}{R}\Omega = \left(\frac{m}{4}\frac{1}{3}a^2\cdot 2 + \frac{m}{4}a^2\right)\beta, \tag{11}$$

azaz

$$-\frac{6}{5}\frac{g}{a}\varphi - \frac{12B^2a^2}{5mR}\Omega = \beta. \tag{12}$$

(12)-ben figyelembe véve, hogy

$$m = \rho 4aA, \tag{13}$$

ahol A a drót keresztmetszete, illetve

$$R = \rho^*\frac{4a}{A}, \tag{14}$$

és felismerve, hogy a (12) egyenlet (6)-os alakú (7) alapján a körfrekvenciára, és a periódusidőre kapjuk (A kiesik az mR szorzatból, ezért nem kellett megadni):

$$\omega^* = \sqrt{\frac{6}{5}\frac{g}{a} - \frac{9B^4}{1600\left(\rho\rho^*\right)^2}} \tag{15}$$

$$T^* = \frac{2\pi}{\omega^*} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{6}{5}\frac{g}{a} - \frac{9B^4}{1600\left(\rho\rho^*\right)^2}}} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{6}{5}\frac{g}{l} - \frac{9B^4}{6400\left(\rho\rho^*\right)^2}}} \approx \mathbf{0,64\,s} \qquad (16)$$

adódik.

Megjegyzés. Az *a)* feladat eredményét megkaphatjuk úgy is, mint a *b)* feladat speciális esetét B = 0-ra.
(A numerikus számolásoknál g = 10 m/s^2-et használtunk.)

Értékelési útmutató

A megoldásban vázoltaktól eltérő számításokra, amelyek elvileg helyesek és helyes végeredményre vezetnek az alkérdésekre adható teljes pontszám jár.

1. feladat

a) A perdület-megmaradás felismerése:	2 pont
A perdület-megmaradás helyes felírása:	1 pont
Az energia-megmaradás felírása:	1 pont
A számítások elvégzése:	1 pont
A kérdéses sebesség felismerése:	1 pont
b) A dinamikai egyenletek felírása:	2 pont
A gyorsulások komponenseinek felírása:	2 pont
A számítások elvégzése:	2 pont
A kérdéses sebesség felismerése:	1 pont
c) A dinamikai egyenletek felírása:	2 pont
A kényszerfeltétel felírása:	2 pont
A számítások elvégzése:	2 pont
A kérdéses sebesség felismerése:	1 pont
	Összesen: 20 pont

2. feladat

Az energiaegyenlet helyes felírása:	8 pont
A mozgásegyenlet helyes felírása:	4 pont
A számítások elvégzése:	5 pont
A három numerikus végeredmény helyes kiszámítása:	3 pont
	Összesen: 20 pont

3. feladat

a) Annak felismerése, hogy fizikai ingáról van szó	1 pont
A tehetetlenségi nyomaték megállapítása	1 pont
A lengésidő összefüggésének alkalmazása	1 pont
Végeredmény helyes megadása	1 pont
b) Annak észrevétele, hogy a Lorentz-erő befolyásolja a mozgást	1 pont
A (8) egyenlet felírása	3 pont
A Lorenz-erő megadása (9)	1 pont
A Lorenz erő forgatónyomatéka (10)	1 pont
A kis kitérés közelítések alkalmazása	2 pont
A mozgásegyenlet származtatása (11)	2 pont
Az analógia felismerése (kinematikai változók, mozgásegyenletek) (12)	2 pont
A tömegre vonatkozó összefüggés (13)	1 pont
Az ellenállásra vonatkozó összefüggés (14)	1 pont
A körfrekvencia meghatározása (15)	1 pont
A periódusidő kiszámolása (16)	1 pont
	Összesen 20 pont