Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2000/2001 10. évfolyam 3. kategória 1. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Bizonyítsuk be, hogy tetszõleges háromszögre

$$18Rr \leq ab+ac+bc,$$

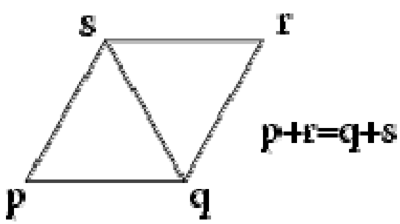
ahol R a köréírt, r a beírt kör sugara, továbbá az oldalak hossza a, b és c.

2. feladat

A 2000 egység oldalú ABC szabályos háromszöget az oldalakkal párhuzamos egyenesekkel egységoldalú szabályos háromszögekre daraboltuk. Az így keletkezett 2000^2 db kis háromszög minden csúcsa mellé egy-egy valós számot írtunk. Az A, B, C csúcsok mellé rendre az a, b, c számot írtuk, a többire pedig úgy írtunk számokat, hogy minden olyan rombuszban, amely két, közös oldallal rendelkezõ kis háromszögbõl áll, a szemköztes csúcsok mellé írt számok összege egyenlõ.

Határozzuk meg az eredeti ABC háromszög kerületére írt számok összegét!

Például:



3. feladat

Egy háromszög oldalainak mérõszáma egész szám. A háromszögbe írható kör sugara egységnyi hosszúságú. Határozzuk meg az oldalak hosszát!

4. feladat

Adott n pont a síkon úgy, hogy semelyik 3 sincs egy egyenesen. Bizonyítsuk be, hogy összeköthetõk egy önmagát nem metszõ zárt töröttvonallal!