Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2003/2004 10. évfolyam 2. kategória 3. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Egy valós számokból álló sorozatot a következő rekurzióval adunk meg:

a) $x_1=2$;

b) $x_{n+1}= n+x_1^2+ \ldots+ x_n^2$, ha az $n \geq 1$.

Bizonyítsuk be, hogy a sorozat elemei között nincsen négyzetszám!

2. feladat

Az *O* középpontú *AB* átmérőjű *r* sugarú körhöz az *OA* félegyenes *A* ponton túli meghosszabbításának tetszőleges *C* pontjából érintőt húzunk a körhöz. Legyen az *A* pontból az érintőre állított merőleges talppontja a *P* pont. Határozzuk meg a *C* pontot úgy, hogy a *PB* távolság a lehető legnagyobb legyen!

3. feladat

Legfeljebb hány egész szám adható meg úgy, hogy semelyik kettő összege, semelyik kettő különbsége és semelyik kettő szorzata se legyen osztható 2004-gyel?