

# Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

## 2003/2004 10. évfolyam 3. kategória 1. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgálató Intézmény Pedagógiai Központ

### 1. feladat

Mely  $p$  és  $q$  pozitív prímszámra és  $n$  egész számra teljesül az  $n^2 = p^2 + q^2 + p^2 q^2$  összefüggés?

### 2. feladat

Az  $ABC$  háromszög síkjának tetszőleges  $P$  pontjából a háromszög magasságvonalaira állított merőlegesek talppontja  $X$ ,  $Y$  és  $Z$ . Bizonyítsuk be, hogy az  $XYZ$  háromszög hasonló az  $ABC$  háromszöghöz.

### 3. feladat

Az  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  nemnegatív számok összege 5. Határozzuk meg az

$$x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_4 + x_4 x_5$$

összeg maximumát!

### 4. feladat

Az 1-es és 5-ös számjegyek felhasználásával hány különböző 15-tel osztható 15-jegyű pozitív egész szám állítható elő, ha két 5-ös nem lehet szomszédos?