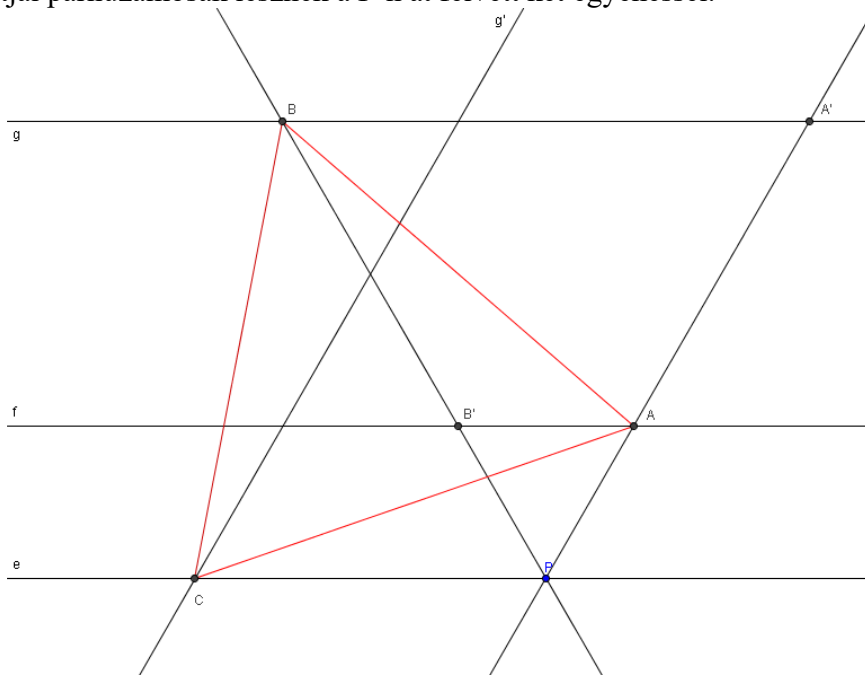


1. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:  $[x]=1+\{x^2-5\}$ , ahol  $[x]$  az  $x$ -nél nem nagyobb egész számok közül a legnagyobb és  $\{x\}=x-[x]$ .

Mo: A tört rész értéke 0 és 1 közé esik, így az egész rész értéke 1, a jobb oldalon a tört rész értéke így 0, tehát  $x^2-5$  egész, azaz  $x^2$  is egész, mivel  $1 \leq x < 2$ , így  $1 \leq x^2 < 4$  miatt  $x^2$  1;2;3 lehet, tehát  $x$  értéke 1;  $\sqrt{2}$ ;  $\sqrt{3}$ .

2. Legyen  $e, f$ , és  $g$  három különböző párhuzamos egyenes egy síkban,  $P$  az  $e$  egyenes egy pontja. Vegyük fel azt a  $P$ -n átmenő két egyenest a síkban, amelyek  $e$ -vel  $60^\circ$ -os szöget zárnak be. Ezek egyike az  $f$  egyenest  $A$ -ban,  $g$ -t  $A'$ -ben metszi, a másik az  $f$  egyenest  $B'$ -ben és  $g$ -t  $B$ -ben metszi. Igazolja, hogy található az  $e$  egyenesen olyan  $C$  pont, hogy az  $ABC$  háromszög egyenlő oldalú!

Mo: Elég megmutatni, hogy a  $g$  egyenes  $A$  pont körüli  $+60$  vagy  $-60$  fokos elforgatottja metszi az  $e$  egyenest (ez a pont lesz a keresett pont). Ez viszont nyilvánvaló, hiszen  $g$  elforgatottjai párhuzamosak lesznek a  $P$ -n át felvett két egyenessel.



3. Melyik nagyobb:  $2^{2004}$  vagy  $2004^{182}$ ?

Mo:  $2^{2004} = 2^{11 \cdot 182 + 2} = 4 \cdot (2^{11})^{182} = 4 \cdot 2048^{182} > 2004^{182}$

