

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2004/2005 10. évfolyam 2. kategória 1. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgálató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Határozza meg az összes olyan x egész számot, amelyre $x^2+19x+95$ négyzetszám!

2. feladat

Egy 12 egységnyi alapú egyenlő szárú háromszögbe félkört írunk úgy, hogy a félkör átmérője a háromszög alapján van, a félkör íve pedig érinti a háromszög szárait. Mekkora a félkör sugara, ha a félkörív az alaphoz tartozó magasságot a közelebbi harmadolópontban metszi?

3. feladat

Bizonyítsuk be, hogy ha egy derékszögű háromszög körülírt és beírt körének középpontját összekötő egyenes az átfogóval 45° -os szöget zár be, akkor a háromszög egyik szöge 30° -os.

4. feladat

Bizonyítsuk be, hogy

a) $2^{2004}+2$ nem lehet két négyzetszám összege,

b) $2^{2005}+2$ pedig felbontható két négyzetszám összegére.

5. feladat

Négy valós számból álló páronként kéttagú összegeket képzünk. A hat összeg közül négy darab racionális, kettő irracionális. Bizonyítsuk be, hogy ekkor az eredeti négy szám összege racionális.