Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2004/2005 9. évfolyam 1. kategória 1. forduló

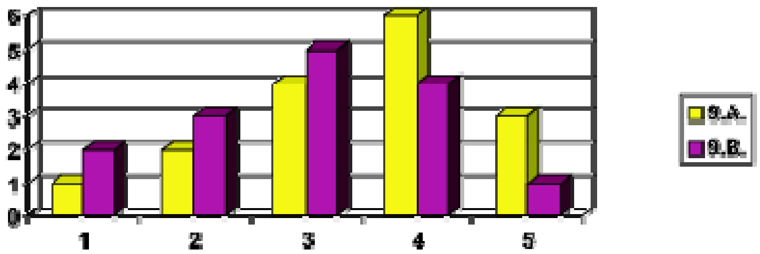
A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Igazolja, hogy n^3-10 101n^2+2n-111 mindig osztható 3-mal, ha n pozitív egész szám!

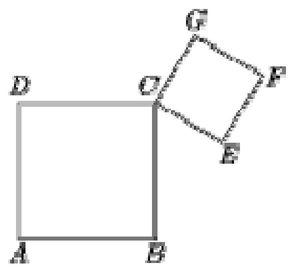
2. feladat

Az alábbi táblázat két osztály matematika csoportjainak jegyeit tartalmazza. Ki tudunk-e cserélni a két csoportban két gyereket úgy, hogy a két csoport átlaga megegyezzen?



3. feladat

Adottak a síkon az azonos körüljárású *ABCD* és *CEFG* közös *C* csúcsú négyzetek, a *B* csúcs nem esik egybe az *E*-vel és a *D* csúcs nem esik egybe a *G*-vel. Legyen *H* a *BE* szakasz felezőpontja! Bizonyítsa be, hogy a *CH* egyenes merőleges a *DG* egyenesre!



4. feladat

Mely x, y és z valós számokra teljesül a következő egyenlőség?

$$x^2+y^2+2x-4y+6=\frac{1}{z^2+4z+5}$$

5. feladat

Megadható-e a síkon 5 különböző pont úgy, hogy semelyik három nem esik egy egyenesre és bármely három által alkotott háromszög azonos területű?