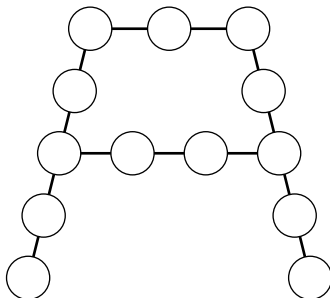


Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2007/2008-as tanév
2. forduló
haladók II. kategória

Feladatok

1. Hány olyan pozitív egész számból álló $(x; y)$ számpár van, amelyre $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2008}$ teljesül?
2. Ha $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \frac{1}{\sqrt[6]{x}}$, akkor igazoljuk, hogy $x + \frac{1}{x}$ egész szám.
3. Az ABC háromszög A csúcsból húzott belső szögfelezője a BC oldalt P -ben metszi. A C csúcsból induló CT magasság az E pontban felezi az AP szakaszt. Bizonyítsuk be, hogy ha a PCE háromszög területe kétszerese az ATE háromszög területének, akkor az ABC háromszög derékszögű.



4. A 34 éves ADONISZ áruházlánc születésnapi ajándékként vásárláskor vevőinek minden 100 forintos tétel után egy olyan sorsjegyet ad, amelyen az áruház emblémája látható. Ha a vevő be tudja írni a körökbe a számokat 1-től 13-ig úgy, hogy minden szám pontosan egyszer szerepeljen, és a beírt számok összege minden egyenes vonal mentén 34 legyen, akkor a sorsjegy részt vesz a sorsoláson. Egy vevő több sorsjegyet is leadhat, de két sorsjegyet nem tölthet ki azonos módon. Legalább hány forintért vásárolt az a vevő, aki a legnagyobb esélyt akarja biztosítani magának, azaz az összes lehetséges módon kitöltötte a sorsjegyeket?