Bolyai János

Matematikai Társulat

Oktatási és Kulturális Minisztérium
Támogatáskezelő Igazgatósága
támogatásával

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2008/2009-es tanév
2. (döntő) forduló
haladók III. kategória

Feladatok

1. A minden valós számra értelmezett $f(x)$ függvényre $f(x+1)+3\cdot f(-x)=|x|$ teljesül. Adjuk meg $f(x)$ zérushelyeit!

2. Egy körlapot n darab körcikkre osztottunk, a cikkeket 1-től n-ig számozva, ahol $n \geqq 2$. Hányféleképpen színezhetők ki a számozott körcikkek úgy, hogy a szomszédos körcikkek színe különböző legyen, ha legfeljebb három adott színt használhatunk a színezéshez?

(Egy körcikk egyszínű a színezés során.)

3. Adott egy ABC háromszög és egy e egyenes a háromszög síkjában. A háromszög csúcsainak merőleges vetületei az e egyenesen A', B' és C'. Az A' ponton át húzott és BC-re merőleges egyenes m_A, a B'-n át haladó és AC-re merőleges egyenes m_B, végül a C'-n át húzott AB-re merőleges egyenes m_C.

Bizonyítsuk be, hogy az m_A, m_B és m_C egyenesek egy ponton mennek át!

Az eredményhirdetést 2009. május 29-én (pénteken) 14.00 órai kezdettel tartjuk az MTA Rényi Alfréd MKI Nagytermében (Budapest, V. ker., Reáltanoda u. 13–15.).