

## Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2010/2011-es tanév

kezdők I–II. kategória II. forduló

kezdők III. kategória I. forduló

### Feladatok

1. Hány olyan 3-mal osztható hatjegyű természetes szám van (a tízes számrendszerben), amelyben nincs 2-nél nagyobb számjegy? (6 pont)

2. Az első tíz pozitív egész szám közül kiválasztottunk hatot. Bizonyítsa be, hogy van olyan 1-nél nagyobb négyzetszám, amely osztója a szorzatuknak! (6 pont)

3. Jelölje  $\mathbb{P}$  a prímszámok halmazát! Legyen  $f: \mathbb{P} \rightarrow \mathbb{R} \ x \mapsto \left\{ \frac{x^2 - 1}{24} \right\}$ , ahol  $\{z\}$  a  $z$  szám törtrésztét jelöli (azaz  $\{z\} = z - [z]$  és  $[z]$  a  $z$  egész része, vagyis az a legnagyobb egész szám, amely  $z$ -nél nem nagyobb)! Mi az  $f$  függvény értékkészlete? (8 pont)

4. Van-e olyan  $x$  egész szám, amelyre:

$$2010 + 2009x + 2008x^2 + 2007x^3 + \dots + 3x^{2007} + 2x^{2008} + x^{2009} = 0? \quad (10 \text{ pont})$$

5. Legalább mekkora egy olyan trapéznek a kerülete, amelynek alapjai 10 cm és 20 cm, magassága 12 cm? (10 pont)