Bolyai János
Matematikai Társulat

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2014/2015-ös tanév
2. (döntő) forduló
Haladók III. kategória

Feladatok

1. Mutassuk ki, hogy bármely a, b, c pozitív valós szám esetén, ahol $abc = 1$, igaz a következő állítás:

$$\frac{a^9+b^9}{a^6+a^3b^3+b^6}+\frac{b^9+c^9}{b^6+b^3c^3+c^6}+\frac{c^9+a^9}{c^6+c^3a^3+a^6} \geqq 2.$$

2. Egy 3×3-as táblázat mezőibe beírtuk az első kilenc pozitív egész számot pontosan egyszer úgy, hogy a három sorban (balról jobbra), a három oszlopban (felülről lefele) és a bal felső sarokból induló átlón kiolvasható háromjegyű számok mindegyike osztható 11-gyel. Mekkora lehet a jobb felső sarokból kiinduló átlón kiolvasható szám értéke?

3. Adott a síkban n darab vektor, ahol n tetszőleges pozitív egész szám. A vektorok abszolút értékeinek összege 1. Bizonyítsuk, hogy ezen vektorok halmazának van olyan nem üres részhalmaza, hogy a részhalmaz vektorai összegének abszolút értéke legalább $\frac{1}{6}$!

Az eredményhirdetést 2015. május 20-án (szerdán) 14.00 órai kezdettel tartjuk az MTA Rényi Alfréd MKI Nagytermében (Budapest, V. ker., Reáltanoda u. 13–15.).