

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2014/2015-ös tanév

3. (döntő) forduló

Kezdők I. kategória

Feladatok

1. Egy ötjegyű szám minden számjegye különböző. Erre a számra $n = 2, 3, 4$ és 5 esetén egyaránt teljesül, hogy bárhogyan választunk ki benne n db szomszédos számjegyet, az ezek összeolvasásával kapott n -jegyű szám osztható lesz n -nel. Melyek ezek az ötjegyű számok?

2. Adott 10 olyan különböző 2 -hatvány, amelyek mindegyikében a 2 kitevője egy 100 -nál kisebb pozitív egész szám. Igazoljuk, hogy biztosan ki lehet közülük választani néhányat (esetleg az összeset) úgy, hogy a kiválasztott számok két olyan csoportba oszthatók, amelyekben a számok szorzata ugyanannyi. (Ha valamelyik csoportba csak egyetlen szám kerül, akkor abban a csoportban szorzat értéke maga a szám.)

3. Legyen az ABC hegyesszögű háromszög C csúcsához tartozó magasságvonalának az AB oldallal alkotott metszéspontja T . Tükrözzük a T pontot a BC oldal egyenesére, a kapott pont legyen R . Húzzunk az R ponton keresztül párhuzamost a CT magassággal, az így kapott egyenes az AC oldal egyenesét metsze Q , a BC oldal egyenesét P pontban.

Bizonyítsuk be, hogy a PT egyenes pontosan akkor merőleges az AC egyenesre, ha az ABC háromszög olyan egyenlő szárú háromszög, amelynek AB és AC oldalai egyenlő hosszúságúak.