

## Haladók II. kategória 3. (döntő) forduló

### Feladatok

1. Adjuk meg az összes  $a, b, c$  pozitív egész számot, amelyekre teljesül, hogy  $[a, b, c] = a + b + c$ . ( $[a, b, c]$  az  $a, b, c$  számok legkisebb közös többszörösét jelöli.)
2. Az  $ABC$  hegyesszögű háromszög egy belső pontja  $M$ , a magasságok a szokásos jelöléssel  $m_a, m_b, m_c$ . Bizonyítsd be, hogy

$$\frac{MA}{m_a} + \frac{MB}{m_b} + \frac{MC}{m_c} \geq 2!$$

3. Legyen  $n$  tetszőleges pozitív egész szám. Igazoljuk, hogy végtelen sok négyzetszám van, amely előáll  $n$  darab páronként különböző kettőhatvány összegeként (kettőhatványon kettőnek természetes szám kitevőjű hatványát értve)!