Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

1997/1998 10. évfolyam 2. kategória 3. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Ismeretes, hogy az $ax+by=c$ egyenletet kielégítõ bármely valós $(x;y)$ számpárra teljesül az $x^2+y^2>1$ egyenlõtlenség, ahol az a, b és c paraméter egy háromszög három oldalának hossza.

(I)Mutassuk meg, hogy az a, b, c oldalú háromszög tompaszögû.

(II)Igazoljuk, hogy $|x|+|y|$ minimuma legfeljebb $\frac{c}{\sqrt{ab}}$.

2. feladat

Az x és y pozitív egészek mely értékeire lesz a $4^x+4^{x+1}+4^y$ kifejezés értéke négyzetszám?

3. feladat

A következõ négy szabály szerint kell köröket elhelyezni a síkon:

(I) semelyik három kör se érintse egymást ugyanabban a pontban;

(II) mindegyik kör pontosan négy másikat érintsen;

(III) a lehetõ legkevesebb kör legyen;

(IV) a lehetõ legkevesebb különbözõ sugár legyen.

Hány körbõl áll egy - a fenti szabályoknak megfelelõ - körelrendezés?

Számítsuk is ki egy ilyen körelrendezésben a körök sugarait.