

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

1997/1998 10. évfolyam 3. kategória 1. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Melyik az a legkisebb pozitív egész, amelyik nem állítható elő két pozitív racionális szám négyzetének összegeként?

2. feladat

Egy paralelogramma kerülete K , az oldalak felezőpontja által meghatározott négyszög kerülete pedig k . Bizonyítsuk be, hogy ha a paralelogramma egyik szöge 60° -os, akkor

$$\frac{k}{K} \geq \frac{1+\sqrt{3}}{4}.$$

3. feladat

Hány olyan pozitív egész számokból álló (x, y, z) számhármas van, amely kielégíti a $2^x+2^y+2^z < 2^k$ egyenlőtlenséget, ahol k egy 2-nél nagyobb pozitív egész szám?

4. feladat

Adott a síkban az AB szakasz. Mi azoknak a C pontoknak a halmaza a síkban, amelyekre az ABC háromszög A -hoz tartozó súlyvonala és B -hez tartozó magasság-vonala egyenlő hosszú?