Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

1998/1999 10. évfolyam 2. kategória 3. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Bizonyítsuk be, hogy ha $x+y>0$ és

$$x^2+y^2+\frac{2xy}{x+y}=1,$$

akkor $x+y=1$.

2. feladat

Bizonyítsuk be, hogy ha egy négyszög csúcsai egy R, oldalfelezõ pontjai pedig egy r sugarú körre illeszkednek, akkor a két kör középpontjának távolsága:

$$\sqrt{\frac{R^2}{2}-r^2}.$$

3. feladat

A * mûvelet a valós számpárokon van értelmezve, az (x, y) számpárokhoz rendelt valós számot $x*y$-nal jelöljük. Határozzuk meg 1999*19 értékét, ha tudjuk, hogy bármely x, y, z valós számra teljesülnek a következõ azonosságok:

$$x*x=0,$$

$$x*(y*z)=(x*y)+z.$$