

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

1998/1999 10. évfolyam 3. kategória 1. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Hány egész számból álló (x, y) számpár elégíti ki a

$$\sqrt{2x - y} = \sqrt{x + 2000} + \sqrt{y - x}$$

egyenletet?

2. feladat

Egy paralelogrammában két szomszédos oldal által és az átlók által bezárt hegyesszög egyenlő nagyságú. Bizonyítsuk be, hogy a rövidebb oldal és a hosszabb oldal aránya nagyobb $(\sqrt{2} - 1)$ -nél!

3. feladat

Bizonyítsuk be, hogy $n > 7$ esetén az $1, 2, 3, \dots, 2n$ számok közül nem lehet n darabot úgy kiválasztani, hogy a kiválasztott számokból képzett kéttagú összegek mind különbözők legyenek!

4. feladat

Egy tetraéder mindegyik lapja derékszögű háromszög, élei közül pedig három 1 egység hosszú.

a) Hogyan helyezkedhetnek el a derékszögek a csúcsokhoz képest?

b) Mekkora a tetraéder többi éle?