

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

1998/1999 9. évfolyam 1. kategória 1. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgálató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$|1 - |x|| = \frac{1}{2} - x$$

2. feladat

A h_1 hajó egy folyón A -tól B -ig lefelé, majd - azonnal visszafordulva - B -től A -ig felfelé a teljes utat 2,5-szer annyi idő alatt teszi meg, mint a h_2 hajó. Állóvízben a h_2 hajó sebessége a h_1 hajó sebességének kétszerese. Hányszorosa a h_1 hajó állóvízben mért sebessége a folyó sebességének? (A két hajó és a folyó sebessége állandó.)

3. feladat

Az ABC szabályos háromszög egy belső pontja P . Legyen P -nek a háromszög AA_1 , BB_1 , CC_1 magasságaira eső merőleges vetülete rendre P_1 , P_2 és P_3 . Bizonyítsa be, hogy az $AP_1 + BP_2 + CP_3$ összeg értéke nem függ a P pont megválasztásától!

4. feladat

Tekintse a valós számok halmazán értelmezett

$$f(x) := (x-1)^4 + (x-2)^4 + (x-3)^4$$

függvényt! Hol veszi fel ez a függvény a legkisebb helyettesítési értékét?

5. feladat

Mely n és k pozitív egész számokra teljesül a következő egyenlőség?

$$3^n = 2^k + 1$$