

1. Határozza meg az a, b paraméterek értékét úgy, az alábbi egyenletnek végtelen sok megoldása legyen a valós számok halmazán! $\|x - 4| + 5 - 2x| = ax + b$

Mo:

$$\|x - 4| + 5 - 2x| = \begin{cases} x - 1, & \text{ha } x \geq 4 \\ 3x - 9, & \text{ha } 3 \leq x < 4 \\ -3x + 9, & \text{ha } x < 3 \end{cases}, \text{ így } (a;b) = (1;-1); (3;-9); (-3;9).$$

2. Milyen egész n esetén lesz az alábbi egyenlet megoldása egész szám?

$$n^2(x - 1) = 5n(2x - 1) - 25x$$

Mo: $(n - 5)^2 x = n(n - 5)$, $n=5$ esetén minden valós - nemcsak egész - szám megoldás .

Ha $n \neq 5$, akkor $x = \frac{n}{n - 5} = 1 + \frac{5}{n - 5}$, tehát $n - 5$ lehet $-5, -1, 1, 5$, azaz n lehet $0, 4, 6, 10$, ekkor x rendre $0, -4, 6, 2$.

3. Az ABC háromszögben $\alpha = 120^\circ$. Az A csúcsból induló belső szögfelező a BC oldalt A_1 -ben metszi. Legyen O az ABC háromszög, O_1 a BA_1A háromszög, O_2 a CA_1A háromszög köré írt körének középpontja. Bizonyítsa be, hogy az OO_1O_2 háromszög szabályos!

Mo: Az OF_2AF_1 húrnégyszögben az O -nál 60° -os a szög. Az $OO_2O_1\angle = CAA_1\angle = 60^\circ$, $OO_1O_2\angle = BAA_1\angle = 60^\circ$ - merőleges szárú szögek.

