SZAKKÖZÉPISKOLA

A 2005-2006. tanévi matematika OKTV I. kategória döntő fordulójának feladatai

1. Igazolja, hogy három egymás után következő egész szám négyzetének összege nem lehet egy egész szám köbe!

(10 pont)

2. Mennyi az a paraméter értéke, ha az $x^2 = y^2$ és az $(x-a)^2 + y^2 = 1$ egyenletekből álló egyenletrendszernek pontosan három megoldása van?

(10 pont)

3. Egy A_0 végpontú félegyenesen rendre fölvesszük az $A_1, A_2, ..., A_n$ pontokat úgy, hogy

$$d(A_0A_1) = 1,\ d(A_1A_2) = 3,\ d(A_2A_3) = 5,\ \ldots,\ d(A_{n-1}A_n) = 2n-1.$$

A kapott $A_{i-1}A_i$ szakaszokra a szakaszokkal egyenlő oldalhosszúságú szabályos háromszögeket szerkesztünk, amelyeknek a félegyenesre nem illeszkedő csúcsai $C_1, C_2, ..., C_n$.

Bizonyítsa be, hogy $d(A_1C_i)$ minden i-re egész ! $(i = 1;2;...;n)$

Milyen görbén helyezkednek el a C_i pontok?

(10 pont)