

A 2006-2007. tanévi matematika OKTV I. kategória első (iskolai) fordulójának feladatai

1. Egy számtani sorozat három egymást követő tagjához rendre 3-at, 1-et, 3-at adva egy mértani sorozat egymást követő tagjait kapjuk, amelyek összege 13.
Határozza meg a számtani sorozat első tagját és különbségét (differenciáját)!

2. Oldja meg az

$$(x^2 + 6x)^2 - 36 = (x + 3)^2 + 27$$

egyenletet a pozitív valós számok halmazán!

3. Az ABC háromszög oldalaira $AB \geq BC \geq AC$ teljesül. A C csúcsból induló magasság T talppontja negyedeli az AB oldalt. Az AB oldal F felezőpontjának a BC oldaltól mért távolsága az AB oldal hosszának negyede.
Mekkorák a háromszög szögei?

4. A Kovács házaspárhoz a Szabó és a Pék házaspár vendégségbe érkezik. Vacsorához – mind a hatan – egy kerek asztal köré ültek.
Mennyi a valószínűsége annak, hogy sem házaspár, sem két nő nem került egymás mellé?

(Két ülésrendet akkor tekintünk különbözőnek, ha legalább egy embernek legalább az egyik szomszédja másik személy.)

5. Három egymást követő egész szám harmadik hatványának az összege milyen feltétel teljesülése esetén osztható 18-cal?

Bizonyítsuk be, hogy a keresett feltétel esetén a fenti összeg 36-tal is osztható!

6. Frédi és Béni jó barátok. Rendszeresen együtt futnak, illetve gyalognak. Egy alkalommal az A és B települések közötti távot úgy teszik meg, hogy egyszerre indulva Frédi a táv első felében fut, a másik felében gyalogol, Béni pedig a mozgás-idejének a felében fut és a másik felében gyalogol. Annyira összeszoktak már, hogy mind a futási, mind a gyalogos sebességük azonos a másikéval.

Ki ér előbb A -ból B -be? (A futás sebesség nem kisebb a gyaloglás sebességénél.)

Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér.

Sikeres feladatmegoldást kíván a Versenybizottság!