A döntő feladatai

1. Legyenek az $x^2-(a+d)\cdot x+ad-bc=0$ egyenlet gyökei az x_1 és x_2 valós számok!
   Bizonyítsa be, hogy ekkor az $y^2-\left(a^3+d^3+3abc+3bcd\right)\cdot y+(ad-bc)^3=0$ egyenlet gyökei az $y_1={x_1}^3$ és $y_2={x_2}^3$!

2. Egy tengelyesen szimmetrikus trapéz párhuzamos oldalai AB és CD.
   A $DC;CB$ és BD szakaszok hosszai ebben a sorrendben egy növekvő számtani sorozat három egymást követő tagjai. Az $AD;AB$ és AC szakaszok hosszai ebben a sorrendben szintén egy növekvő számtani sorozat három egymást követő tagjai.
   Határozza meg a trapéz oldalai hosszának arányát!

3. Anna dobókockájának 4 lapja fehér, 2 lapja fekete, Bori dobókockájának minden lapja fehér.

   a) Bori be akarja festeni a kockája néhány lapját feketére úgy, hogy ha a festés után egyszerre dobnak a kockáikkal, akkor az azonos szín dobásának valószínűsége $\frac{7}{18}$ legyen.
   Hány lapot fessen be Bori?

   b) Mutassa meg, hogy Bori nem tudja úgy festeni a kockáját, hogy az azonos szín dobásának valószínűsége $\frac{1}{4}$ legyen!

   c) A Bori által feketére festett lapok számához rendeljük hozzá az azonos szín dobásának valószínűségét!
   Adja meg ennek a függvénynek az értékkészletét!