

**Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny 2008/2009****Matematika I. kategória****Az 1. forduló feladatai**

1. Bizonyítsa be, hogy a kocka éléből, lapátlójából és testátlójából háromszög szerkeszthető, és ennek a háromszögnek van két egymásra merőleges súlyvonala!

2. Legyenek az a, b, c, d számok pozitív valós számok! Igazolja, hogy $\sqrt{a \cdot b} + \sqrt{c \cdot d} \leq \sqrt{(a+d) \cdot (b+c)}$!

3. Ha az x, y, z valós számok eleget tesznek az

$$x + 3y + 5z = 200$$

és az

$$x + 4y + 7z = 225$$

egyenleteknek, akkor mennyi a

$$K = x + y + z$$

értéke?

4. Oldja meg a valós számok halmazán az

$$\frac{[x]}{\{x\}} = 2008$$

egyenletet!

($[x]$ az x valós szám egészrésze, azaz az x -nél nem nagyobb egész számok közül a legnagyobb, $\{x\}$ pedig az x valós szám törtrésze, azaz $\{x\} = x - [x]$)

5. Az ABC háromszög AC oldalán az E belső pont úgy helyezkedik el, hogy $EC = AB$. Legyen F a BC , M pedig az AE szakasz felezőpontja. Határozzuk meg a háromszög A csúcsánál lévő szögét, ha $FME\angle = 18^\circ$!

6. Hányféle módon állítható elő a 2008 néhány (egynél több) egymást követő pozitív egész szám összegeként?

Minden feladat hibátlan megoldásáért 10 pont adható.

Az elérhető maximális pontszám 60 pont.