



Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny 2009/2010 Matematika I. kategória (SZAKKÖZÉPISKOLA)

A döntő feladatai

1. Feladat

Oldja meg a valós számok halmazán a

$$\frac{2 \cos 2x + 2 \sin^2 x}{2 \cos^4 x - 2 \cos^2 x + 3 \sin^2 x} + \frac{13 \cos^2 x}{2 \cos^4 x + 4 \cos^2 x + 3 \sin^2 x} = 6$$

egyenletet!

2. Feladat

Legyen

$$a_n = \frac{\sqrt{2}}{4} \left[(1 + \sqrt{2})^n - (1 - \sqrt{2})^n \right],$$

ahol n pozitív egész szám.

Bizonyítsa be, hogy a sorozat minden tagja egész szám!

3. Feladat

Az ABC háromszögben

$$BAC\angle = 90^\circ, \quad BC = a, \quad CA = b, \quad AB = c$$

és a háromszög K -val jelölt területére fennáll, hogy

$$K = \frac{a+b}{c}.$$

a) Számítsa ki $\operatorname{tg} \frac{\beta}{2}$ értékét a K függvényében! (ahol $\beta = CBA\angle$)

b) K milyen értékeire lesz a β szög az ABC háromszög legkisebb szöge?

Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér.