



Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny 2010/2011

Matematika I. kategória (SZAKKÖZÉPISKOLA)

3. (döntő) forduló

1. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{x+2010} + \sqrt{x+2011}} = 1$$

2. Egy ládában almák vannak, melyek közül néhány megromlott. Ha kiemelünk 11 hibás almát, akkor az eredetihez képest felére tudjuk csökkenteni annak a valószínűségét, hogy véletlenszerűen kivéve egy almát, a kivett alma hibás legyen. Hány jó alma lehetett a ládában?

3. Az $ABCD$ konvex négyszög AC és BD átlóinak metszéspontja P . Legyen az APB , illetve CPD háromszögek területe T_1 , illetve T_3 ! Az $ABCD$ négyszög T területére teljesül, hogy $T = (\sqrt{T_1} + \sqrt{T_3})^2$. Igazolja, hogy az $ABCD$ négyszög trapéz!

Minden feladat helyes megoldásáért 10 pont adható.